

# Design und Charakterisierung eines Aufbaus zur Frequenzverdopplung bei hohen Lichtleistungen zur Manipulation von atomaren und molekularen Quantengasen

Diplomarbeit in der Studienrichtung Physik  
zur Erlangung des Akademischen Grades Magister der  
Naturwissenschaften

eingereicht an der  
**Fakultät für Mathematik, Informatik und Physik**  
der **Universität Innsbruck**

von

**Lukas Reichsöllner**

Betreuer der Diplomarbeit:  
**a. Univ.-Prof. Dr. Hanns-Christoph Nägerl**  
Institut für Experimentalphysik

Innsbruck, Dezember 2010



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Motivation</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Frequenzverdopplung</b>	<b>6</b>
2.1	Grundlagen der Frequenzverdopplung . . . . .	6
2.2	Phasenanpassung . . . . .	8
2.2.1	Dispersion . . . . .	8
2.2.2	Anisotropie, Indexellipsoid und k-Oberfläche . . . . .	9
2.2.3	Die Sellmeier-Gleichung . . . . .	12
2.2.4	Phasenanpassungsarten . . . . .	13
2.3	Boyd-Kleinman Theorie . . . . .	16
2.3.1	Kristallwahl . . . . .	18
2.4	Der optische Resonator . . . . .	21
2.4.1	Astigmatismuskompensation und Resonatorberechnung . . . . .	22
2.4.2	Impedanzanpassung . . . . .	27
2.5	Thermischer-Linsen-Effekt . . . . .	30
2.6	Cavity Lock . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Ausführung und Aufbau</b>	<b>36</b>
3.1	Reflektivität Einkoppelspiegel . . . . .	36
3.2	Kristallofen . . . . .	37
3.3	Stickstoffbox . . . . .	38
3.4	mechanischer Resonatoraufbau . . . . .	39
3.5	Resonatorstabilisierung . . . . .	41

<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>42</b>
4.1	Modenanpassung . . . . .	42
4.2	Cavity-Eigenschaften und Verdopplungseffizienz . . . . .	44
4.3	Verbesserungen . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>49</b>
<b>A</b>	<b>Modellierung von optischen Dipolpotentialen</b>	<b>51</b>
A.1	optisches Dipolpotential . . . . .	51
A.2	Optische Gitter . . . . .	55
A.3	Kombination von optischen Gittern verschiedener Wellenlänge . . . . .	57
A.3.1	parallele Polarisation . . . . .	57
A.3.2	orthogonale Polarisation . . . . .	58
A.4	Abschätzung der Laserleistung . . . . .	58
A.5	Potentialanpassung . . . . .	59
A.5.1	Gitterpotentialvariation mittels Gitter-Phase . . . . .	59
A.5.2	Potentialvariation mittels Strahlgröße . . . . .	60
<b>B</b>	<b>Hochleistungs Faserverstärker</b>	<b>62</b>
<b>C</b>	<b>Danksagung</b>	<b>67</b>

# 1 Einleitung und Motivation

Ultrakalte Quantengase sehr geringer Dichte sind hervorragende Instrumente zur Untersuchung von Phänomenen aus unterschiedlichen Gebieten der Quantenmechanik und Quantenoptik. Die große Auswahl an möglichen Anwendungen sind der Grund für ihre Wichtigkeit. Experimente zur Materiewellenphysik, zu ultrakalter Chemie, Untersuchungen von Quantenphasen und Anwendungen in der Quanteninformationsverarbeitung sind Einsatzgebiet der ultrakalten Quantengase.

Es gibt prinzipiell zwei von der Natur vorgegebene Klassen der ultrakalten Quantengase, nämlich die fermionischen und die bosonischen Quantengase. Aber auch Gemische spielen immer mehr eine Rolle. Für Bosonen tritt das Phänomen der Bose-Einstein-Kondensation (BEC) auf [Dal99]. Fermionen können sich paaren und dann ebenfalls kondensieren [Joc04]. Die Bezeichnung *ultrakalt* bezieht sich auf Temperaturen im Mikrokkelvin- und Nanokelvinbereich, in welchem nur noch wenige Partialwellen bei Stößen eine Rolle spielen. Man muss sich dafür aufwändiger Kühltechniken bedienen, um Translationsfreiheitsgrade in dem Quantengas auszufrieren. Erst bei diesen Temperaturen sind die quantenmechanischen Eigenschaften dieser Gase, welche die Grundlage der unzähligen interessanten Phänomene sind, beobachtbar.

Als Beispiel unter vielen für den beeindruckenden Fortschritt in diesem Gebiet ist die Beobachtung des Quantenphasenübergangs von einem Superfluid (SF) zu einem Mott-Isolator (MI) zu nennen [Jak98]. Dieser Übergang wurde sowohl für Bosonen [Gre02] als auch für Fermionen [Jör08] und [Sch08] nachgewiesen. Dabei handelt es sich um wechselwirkende Teilchen in einem periodischen Potential, die entweder in einem Potentialtopf lokalisiert sind (Mott-Isolatorzustand) oder in einem superfluiden Zustand delokalisiert auftreten. Das Verhältnis von Wechselwirkungsstärke zu Tunnelrate bestimmt den vorherrschenden Zustand. Die experimentelle Bestätigung mit ultrakalten Quantengasen benutzt dazu sogenannte optische Gitter. Als Vorbild von optischen Gittern dienen Festkörper. Dort bilden Atome oder Moleküle Potentialstrukturen, die je nach Art des Festkörpers regelmäßig, d.h. periodisch oder ungeordnet sind. Die regelmäßige Anordnung gleicht einem Gitter, bei dem sich in immer gleichen Abständen ein Atom oder Molekül befindet. Für verdünnte Quantengase muss dieses periodische Potential erst bereitgestellt werden. Dazu bedient man sich optischer Gitter, die durch interferierende Laserstrahlen erzeugt werden. Diese künstlich bereitgestellten Potentiale bieten bedeutende Vorteile. So kann bei ultrakalten Quantengasen die Gittertiefe durch den Laser kontrolliert verstellt werden. Zudem ist es möglich, die Wechselwirkung der Teilchen mithilfe sogenannter magnetischer Feshbach-Resonanzen [Chi10] zu manipulieren.

Die vorliegende Diplomarbeit befasst sich mit einem Lasersystem, welches die Realisierung von zweifarbigen optischen Gittern erlauben wird. Dabei geht es um die Erweiterung eines bereits bestehenden optischen Gitters bei 1064nm Wellenlänge in einem von Prof. Dr. Hanns-Christoph Nägerl geführten Projekt, bei dem in der Vergangenheit bereits zahlreiche Experimente zu optischen Gittern durchgeführt wurden. Dazu gehören Experimente zu super Bloch-Oszillationen [Hal10a], zu einschussinduzierten Resonanzen [Hal10c], die Untersuchung des sogenannten *Pinning Quantenphasenübergangs* von einem superfluiden Luttinger Regime zu einem Mott-Isolator [Hal10b] und die Manipulation von paarweise in optischen Gittern eingelagerten Atomen und der anschließenden Erzeugung von Molekülen im elektronischen, vibronischen und Rotationsgrundzustand [Dan10].

Durch die Erweiterung dieses bestehenden optischen Gitters zu einem Supergitter bei der halben Wellenlänge sollen weiterführende Experimente ermöglicht werden. Dazu zählt die Untersuchung von zwei gekoppelten eindimensionalen Systemen, wie sie in [Hal10b] vorkommen, und der Vergleich mit theoretischen Vorhersagen (z.B.: [Gra10]). Weiters wurde bereits gezeigt, dass die Anzahl von doppelt besetzten Gitterplätzen in einem monochromatischen Gitter durch Verwendung eines Übergitters verbessert werden kann [Tro08]. Dadurch wird es erstmals möglich sein, zu einem Bose-Einstein-Kondensat aus stark gebundenen Molekülen zu gelangen. Mit dem frequenzverdoppelten Licht ist es weiters möglich, Experimente zur Anderson-Lokalisierung [And58] durchzuführen. Dabei werden Teilchen in einem zufälligen Potential lokalisiert. Über den ersten Nachweis mit Materiewellen wurde in [Bil08] und [Roa08] berichtet. Doch die Beobachtung des sogenannten Bose-Glas Zustands steht noch aus. Dieser exotische Zustand besitzt Eigenschaften sowohl des MI wie auch SF Zustands, denn er ist komprimierbar und besitzt ein lückenfreies Anregungsspektrum wie ein SF-Zustand, ist aber dennoch isolierend wie die MI-Phase.

Die vorliegende Diplomarbeit beschreibt den Aufbau und die Charakterisierung eines Lasersystems, welches bei hoher Leistung zueinander phasenkohärentes Licht bei 1064nm und der frequenzverdoppelten Wellenlänge von 532nm emittiert. Dieser Aufbau soll in erster Linie als Laserlichtquelle für die Realisierung des Übergitters dienen. Dieses Übergitter (engl.: *superlattice*) besteht aus einem Basisgitter, welches mit dem 1064nm Laserlicht erzeugt wird und einem weiteren Gitter aus dem 532nm Laserlicht, welches zum ersten Gitter phasenstabil ist. Da diese optischen Gitter hohe Lichtleistungen benötigen, musste zunächst ein optisches Verstärkersystem bei 1064nm aufgebaut werden, welches bis zu 10W optischer Leistung liefert (siehe Abschnitt B). Der Faserverstärker dient dabei als Pumplaser für einen optischen Resonator im bow-tie-Design (siehe dazu Anhang 2.4). Der Resonator beherbergt einen LBO-Kristall, der für die Konversion des Pumplichts zu Licht mit halber Wel-

lenlänge verantwortlich ist.

Für die Stabilisierung des Resonators kommt das sogenannte Hänsch-Couillaud-Verfahren zum Einsatz. Um gleichzeitig große mechanische Stabilität und hohe Flexibilität zu erzielen, wird ein eigenes Design entworfen, das sich am monolithischen Block-Aufbau orientiert.

Eingangs wird in dieser Arbeit die Theorie zur optischen Frequenzverdopplung beschrieben. Darüber hinaus wird die Berechnung des optischen Resonators erklärt. Ein Vergleich der Modelle mit den Messdaten wird in Abschnitt 4 vorgenommen und es werden mögliche Verbesserungen vorgeschlagen.

Im Anhang der Arbeit befindet sich eine Beschreibung der optischen Dipolpotentiale (A.1). Darin werden auch optische Gitter und das Supergitter behandelt. Im letzten Teil des Abschnitts werden verschiedene Arten der Modifikation eines Dipolpotentials, welches mit einem rotverstimmten Laser erzeugt wird, durch einen blauverstimmten Laser beschrieben. Daraus werden auch die Anforderungen für den Aufbau der Frequenzverdopplung abgeleitet.

## 2 Frequenzverdopplung

Dieses Kapitel beschreibt den physikalischen Hintergrund der Frequenzverdopplung. Die Frequenzverdopplung bildet die Grundlage zum Aufbau eines Lasersystems, welches Licht von 1064nm auf 532nm konvertiert. Es gibt bereits einige kommerziell erhältliche Hochleistungs-Lasersysteme bei dieser Wellenlänge, wie z.B. das Produkt *Verdi* der Firma Coherent<sup>©</sup>. Wie jedoch im Anhang A.1 beschrieben wird, muss das Laserlicht von 532nm mit dem Laserlicht bei 1064nm phasenstabil sein und zudem exakt der halben Wellenlänge entsprechen. Diese Anforderungen können erfüllt werden, wenn das 1064nm Licht frequenzverdoppelt wird.

An dieser Stelle soll eine Bemerkung über die Bezeichnung des Laserlichts angebracht werden. 1064nm Licht ist zwar unsichtbar, weil im Infrarotbereich, wird aber in dieser Arbeit knapp als **rotes** Licht bezeichnet, weil es bezüglich der beiden Cäsium D-Linien rotverstimmt ist. Die Wellenlänge von 532nm wird vom Menschen grün wahrgenommen. Weil sie bezüglich der erwähnten D-Linien blauverstimmt ist, wird sie aber hier mit **blau** bezeichnet. In den vorkommenden Formeln und Beschriftungen bezeichnen die Indizes *r* für *rot* und *b* für *blau* die jeweilige "Farbe".

### 2.1 Grundlagen der Frequenzverdopplung

Ein elektrisches Feld  $\vec{E}$  in einem Medium ruft in diesem Polarisation  $\vec{P}$  hervor. Ist das Feld hinreichend schwach, so zeigt die Polarisationsdichte eine lineare Abhängigkeit vom verursachenden Feld. Die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_0$  und die elektrischen Suszeptibilität  $\chi$  übernehmen dabei die Rolle der Proportionalitätskonstanten:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (1)$$

. Dabei ist  $\chi$  im Allgemeinen ein Tensor, da die Polarisation  $\vec{P}$  nicht dieselbe Richtung wie das anregende Feld  $\vec{E}$  haben muss.

Was passiert nun, wenn das Feld sehr groß wird. Mikroskopisch lässt sich diese Gleichung dadurch erklären, dass die Elektronen elastisch an die Moleküle oder Atome gebunden sind und sie sich also in einem harmonischen Potenzial befinden. Sie werden dann durch das eingestrahelte Lichtfeld aus ihrer Ruhelage ausgelenkt und erfahren wegen des Potentials eine rücktreibende Kraft. Sie folgen mit einer gewissen Phasenverzögerung dieser periodisch antreibenden Kraft. Das Medium selbst wird wegen dieser Auslenkung der Elektronen polarisiert. Die oszillierenden Dipole strahlen ihrerseits wiederum ein elektromagnetisches Feld gleicher Frequenz ab, welches

allerdings um eine gewisse Phase verschoben ist. Dieses Feld interferiert mit dem eingestrahltten Feld, was sich als veränderte Lichtgeschwindigkeit auffassen lässt und gleichbedeutend mit einem veränderten Brechungsindex ist.

Ist das eingestrahlte Lichtfeld hingegen sehr groß, verlässt man den Gültigkeitsbereich der Annahme eines harmonisch gebundenen Elektrons. Nun ist die elektrische Suszeptibilität keine Konstante mehr. Wenn man die elektrische Suszeptibilität als Taylorreihe für kleine elektrische Felder nähert, dann lässt sich die Polarisation wie folgt schreiben:

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{i,j}^{(1)} E_j + 2d_{i,j,k} E_j E_k + 4\chi_{i,j,k,l}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \quad (2)$$

Die Bezeichnung  $\chi^{(1)}$  bezeichnet die lineare Suszeptibilität.  $\chi^{(2)}$  wird häufig mit  $2d/\epsilon_0$  gleichgesetzt und steht für die Suszeptibilität zweiter Ordnung,  $\chi^{(3)}$  die Suszeptibilität dritter Ordnung usw.  $\chi^{(1)}$  ist ein Tensor zweiter Stufe und lässt sich durch höchstens drei voneinander unabhängige Konstanten ausdrücken. Symmetrien im Medium können diese weiter auf zwei oder einen Wert reduzieren.  $d$  ist ein Tensor dritter Stufe und besteht aus 27 Einträgen, die jedoch auf höchstens 18 unabhängige Komponenten reduzierbar sind.

In einem isotropen Medium und unter Vernachlässigung der vektoriellen Eigenschaft von elektrischem Feld und Polarisation kann einfach gezeigt werden, dass Anteile in der Polarisation mit doppelter Frequenz auftreten. Das elektrische Feld sei  $E = E_0 \cos(\omega t)$  und die Polarisation in Gleichung 2 sei auf die ersten beiden Terme beschränkt. Dann ergibt sich nach wenigen Umformungen die Polarisation zu:

$$P = dE_0^2 + \epsilon_0 \chi E_0 \sin(\omega t) + dE_0^2 \cos(2\omega t) \quad (3)$$

Die Frequenzverdopplung kann als Spezialfall der Summenfrequenzgenerierung verstanden werden, da auch zwei unterschiedliche Lichtwellen mit Frequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  aufgrund der nichtlinearen Eigenschaft des Mediums zu einer Welle mit Frequenz  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  führen. Die Frequenzverdopplung ist daher die Erzeugung einer Summenfrequenz aus zwei Wellen für die gilt:  $\omega_1 = \omega_2$ . Dies erkennt man an der Lösung der Wellengleichung mit nichtlinearem Quellterm. Die Wellengleichung aus der Elektrodynamik, mit dem Quellterm  $S$  und dem Feld  $E$ , lautet:

$$-S = \nabla^2 E(t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(t) \quad (4)$$

$$S = -2\mu_0 d \frac{\partial}{\partial t^2} E(t)^2 \quad (5)$$

$$(6)$$

Dazu wurde verwendet, dass die Quelle der Oberwellen in der nichtlinearen Polarisation  $P_{nl} = 2dE(t)^2$  begründet liegt. Dadurch ist die bekannte Wellengleichung

aus der Optik zu einer nichtlinearen Differentialgleichung mutiert, die sich mit einem Ansatz lösen lässt, bei dem das elektrische Feld als Superposition dreier Felder  $E_m e^{i\omega_m t}$  dargestellt wird:

$$E(t) = \sum_{m=1,2,3} \frac{1}{2} (E_m e^{i\omega_m t} + E_m^* e^{-i\omega_m t})$$

Eine Analyse dieser Differentialgleichung ergibt drei Helmholtz-Gleichungen der Form  $(\nabla^2 + k_i^2)E_i = -S_i$ , mit  $i = 1, 2, 3$ . Weil das nichtlineare Medium die drei Frequenzen miteinander koppelt, gilt  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ . Dadurch erhält man drei Differentialgleichungen, wobei die letzte die Summenfrequenzgenerierung beschreibt und somit für die Frequenzverdopplung von fundamentaler Bedeutung ist:

$$\begin{aligned} (\nabla^2 + k_1^2) E_1 &= -2\mu_0\omega_1^2 dE_3 E_2^* \\ (\nabla^2 + k_2^2) E_2 &= -2\mu_0\omega_2^2 dE_3 E_1^* \\ (\nabla^2 + k_3^2) E_3 &= -2\mu_0\omega_3^2 dE_1 E_2 \end{aligned} \tag{7}$$

(8)

Da bei diesem Phänomen drei Lichtwellen vorkommen, wird von der *Drei-Wellen-Mischung* gesprochen. Die nichtlineare Optik (siehe [Sal07]) beschreibt neben der Summenfrequenzgenerierung noch weitere Phänomene, wie zum Beispiel die Frequenzverdreifachung, Frequenzvervierfachung, Differenzfrequenzgenerierung und parametrische Abkonversion zur Erzeugung verschränkter Photonenpaare. Weiters erklärt sie optische parametrische Verstärker (OPA) und optische parametrische Oszillatoren (OPO).

## 2.2 Phasenanpassung

### 2.2.1 Dispersion

Im vorigen Abschnitt wurde angemerkt, dass die harmonisch gebundenen Elektronen mit einer gewissen Phasenverzögerung dem elektrischen Lichtfeld folgen. Aus diesem Lorentz-Modell des harmonischen Oscillators geht hervor, dass hier die Polarisationsdichte und damit die elektrische Suszeptibilität von der Resonanzfrequenz des Oszillators sowie von der anregenden Frequenz und der Dämpfung abhängig ist. Diese Überlegung bedingt daher zusätzlich, dass die Suszeptibilität nicht nur von der elektrischen Feldstärke abhängt, sondern auch von der Frequenz des Lichtfeldes. Diese einfache Erklärung lässt sich in ähnlicher Weise auch über die Impulsantwort des

Mediums beschreiben, wobei dies zu einem phänomenologisch erklärbareren Integralzusammenhang führt. Die Suszeptibilität fungiert in diesem Erklärungsmodell als Impulsantwortfunktion. In der folgenden Gleichung ist als Beispiel der erste nichtlineare Term der Entwicklung der Polarisation nach dem elektrischen Feld dargestellt:

$$P^{(2)}(t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(2)}(t-t_1, t-t_2) E(t_1) E(t_2) dt_1 dt_2$$

Zweidimensionale Fourier-Transformation von  $\chi^{(2)}(t, t')$  ergibt die Suszeptibilität zweiter Ordnung als frequenzabhängige Funktion  $\chi^{(2)}(\omega, \omega')$  (siehe [Sal07], [He99]).

Dieses frequenzabhängige Verhalten von  $\chi^{(1),(2),(3),\dots}$  hat fundamentale Auswirkungen auf die Realisierbarkeit von Frequenzverdopplung. Denn der Brechungsindex  $n$  des Mediums steht in Zusammenhang mit der Suszeptibilität über die Relation  $n = \sqrt{1 + \chi}$ . Daher ist der Brechungsindex eine frequenzabhängige Größe. Nach einer gewissen Propagationsdistanz im Medium sind Polarisation und Oberwelle außer Phase und destruktive Interferenz tritt auf. Eine Überschlagsrechnung zeigt, dass typische Längen dafür im Submillimeterbereich liegen. Der nichtlineare Polarisationsanteil mit Wellenlänge  $\lambda$  am Ort  $z$  besitzt die Phase  $n(\omega)(2\pi/\lambda)z$  und breitet sich mit der Grundwelle mit der Geschwindigkeit  $c/n(\omega)$  aus. Die Oberwelle besitzt die Phase  $n(2\omega)(2\pi/\lambda)z$ . Für  $\lambda = 1\mu\text{m}$  und Phasenverschiebung von  $\pi$  und Brechungsindexdifferenz von 0,01 beträgt die Propagationsdistanz

$$z = \frac{1}{(n(\omega) - n(2\omega)) 2\pi/\lambda} = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{m}.$$

Wie später erklärt wird, sollte für hohe Verdopplungseffizienz die Propagation im Kristall über eine große Distanz erfolgen. Es muss deshalb ein Weg gewählt werden für den die sogenannte Phasenanpassungsbedingung erfüllt ist. Sie lässt sich sowohl für den Brechungsindex  $n$  formulieren, wie auch die Phasengeschwindigkeit  $c$  und den Wellenvektor  $k$  ( bzw. den Impuls  $p = \hbar k$ ):

$$\Delta n = n(\omega) - n(2\omega) \quad (9)$$

$$\Delta c = c_1(\omega) - c_2(2\omega) \quad (10)$$

$$\Delta k = k(2\omega) - 2k(\omega) \quad (11)$$

Im idealen Fall gilt  $\Delta n = 0$ . Die Größe  $\Delta k$  wird auch Phasenfehlanpassung bezeichnet.

### 2.2.2 Anisotropie, Indexellipsoid und k-Oberfläche

Es gibt verschiedene Methoden, um die Phasenanpassungsbedingung für Grund- und Oberwelle zu erzielen. Gemeinsam ist ihnen, dass sie sich dabei doppelbrechender

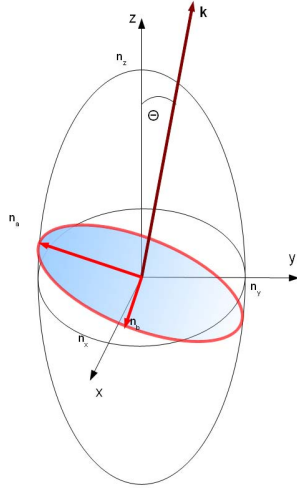


Abbildung 1: Diese Abbildung zeigt ein Indexellipsoid mit den Halbachsen  $n_x, n_y, n_z$  für ein anisotropes Medium, mit drei unterschiedlichen Brechungsindizes. Für eine ebene Welle, mit Wellenvektor  $\mathbf{k}$ , ermittelt sich der Brechungsindex wie folgt: man legt eine Normalebene zur Ausbreitungsrichtung durch den Ellipsenmittelpunkt. Der Schnitt dieser Ebene mit dem Elipsoid ist eine Ellipse mit den Halbachsen  $n_a, n_b$ . Jede ebene Welle entlang  $\mathbf{k}$  mit der Verschiebestromdichte  $\vec{D}$  besteht aus den beiden Anteilen  $D_a$  entlang  $n_a$  und  $D_b$  entlang  $n_b$ . Die Verschiebestromdichte  $\vec{D}$  ist über  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  verknüpft, wobei  $\epsilon$  der Permittivitätstensor ist.

Materialien bedienen. Zur Veranschaulichung wird in diesem Abschnitt zunächst das Indexellipsoid und weiters die  $k$ -Oberfläche eingeführt, da mit deren Hilfe die verschiedenen Arten der Phasenanpassung einfach erklärt werden können (siehe Lehrbücher [Yar84] und [Sal07]).

Unter optisch anisotropen Medien versteht man Materialien, bei denen die Lichtausbreitung von der Ausbreitungsrichtung und Polarisation abhängen. Im allgemeinen Fall besitzt ein Medium drei unabhängige Brechungsindizes. Sind zwei Brechungsindizes gleich, zum Beispiel  $n_x = n_y$  dann spricht man von einem uniaxialen Medium, weil dieses durch eine sogenannte optische Achse ausgezeichnet ist. Im vorliegenden Fall  $n_x = n_y$  ist dies die  $z$ -Achse. Fällt ein Lichtstrahl im Winkel  $\Theta$  zu dieser optischen Achse ein, ergeben sich zwei Möglichkeiten (vgl. Abbildung 2). Ist die Polarisation senkrecht zur optischen Achse, dann erfährt der Strahl einen Brechungsindex  $n = n_x = n_y$  und ist vom Winkel  $\Theta$  unabhängig. Dieser Strahl wird **ordentlicher Strahl** genannt. Beim **außerordentlichen Strahl** liegt die Polarisation hingegen in der Ebene, die von optischer Achse und dem  $k$ -Vektor aufgespannt wird, dann variiert je nach Winkel der Brechungsindex zwischen  $n_x$  und  $n_z$ . Außerdem ist nun

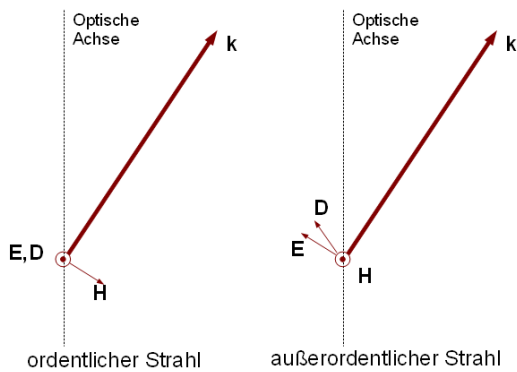


Abbildung 2: Tritt ein Lichtstrahl in einem gewissen Winkel zur optischen Achse durch ein Medium, dann erfährt er abhängig von seiner Polarisation unterschiedliche Brechungsindizes.

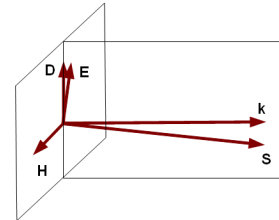


Abbildung 3: Darstellung der seitlichen Versetzung eines e-Strahls in einem doppelbrechenden Medium.

die elektrische Verschiebestromdichte nicht mehr parallel zum elektrischen Feld. Das bedeutet, dass der ordentliche und der außerordentliche Strahl<sup>1</sup> auseinander laufen, da der Poynting-Vektor  $\vec{S} = 1/2 \cdot \vec{E} \times \vec{H}^*$  nicht mehr parallel zum Wellenvektor  $\vec{k}$  ist. Dieses Ergebnis ist später von Bedeutung für die Frequenzverdopplung und die unterschiedlichen Phasenanpassungsverfahren dafür. Es wird schematisch in Abbildung 3 dargestellt.

Es existiert neben dem Indexellipsoid noch eine weitere Darstellung für doppelbrechende Medium, nämlich die sogenannte  $k$ -Oberfläche. Diese erhält man aus der Dispersionsrelation  $\omega(k_x, k_y, k_z) = const.$  Diese Fläche einthält alle Punkte  $(k_x, k_y, k_z)$  mit gleicher Phasengeschwindigkeit. Für doppelbrechende Materialien ist diese  $k$ -Oberfläche ein mehrschaliges Gebilde, da für eine Ausbreitungsrichtung zwei Brechungsindizes für o-Strahl und e-Strahl existieren. Mit Hilfe dieser  $k$ -Oberfläche ist es auch möglich, den Brechungsindex zu ermitteln. Diese Eigenschaften werden für den allgemeinsten Fall eines biaxialen Mediums in Abbildung 4 gezeigt. Der Poynting-Vektor  $\mathbf{S}$  steht senkrecht auf die  $k$ -Oberfläche. Das heißt, dass aus dieser Darstellung die notwendigen Parameter für die verschiedenen Phasenanpassungsarten gewonnen werden können: die Versetzung des e-Strahls, da  $\mathbf{k}$  nicht parallel zu  $\mathbf{S}$  ist und der Brechungsindex  $n$  für alle drei Hauptachsen.

<sup>1</sup>Ordentlicher Strahl wird meist kurz als o-Strahl (engl.: ordinary ray), der außerordentliche mit e- oder eo-Strahl (engl.: extraordinary) abgekürzt.



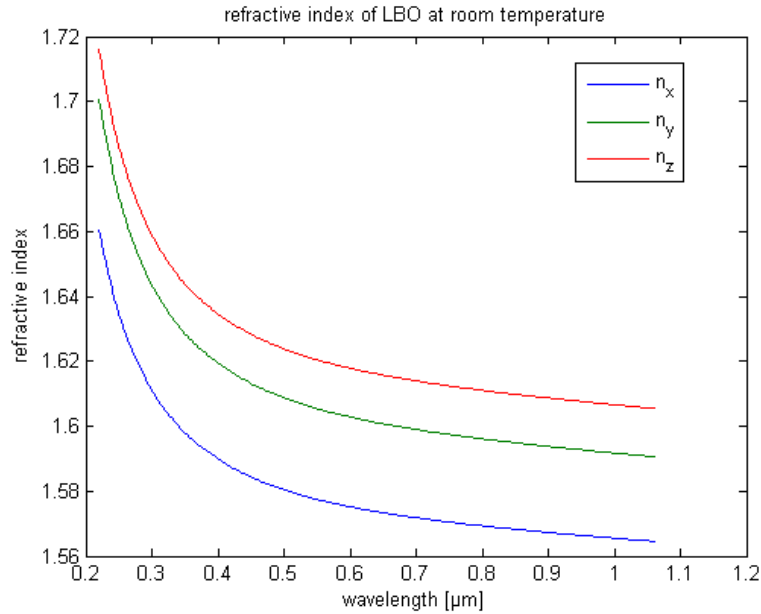


Abbildung 5: Darstellung des Brechungsindex für einen LBO Kristall. LBO ist ein biaxialer Kristall und benötigt somit drei Gleichungen zur Beschreibung der Brechungsindizes.

## 2.2.4 Phasenanpassungsarten

Wie im vorigen Abschnitt 2.1 erklärt, muss die Phasengeschwindigkeit des frequenzverdoppelten Lichts an die Phasengeschwindigkeit der Grundwelle angepasst werden, das heißt, dass die Brechungsindizes für Grund- und Oberwelle gleich sind. In isotropen Medien kann diese Forderung nicht erfüllt werden. Zu diesem Zweck kann man Anisotropie und Dispersion zu Hilfe nehmen, um in einem anisotropen und dispersiven Medium für eine Ausbreitungsrichtung die Bedingung vorzufinden:  $n(\omega) = n(2\omega)$ . Das heißt, dass in dieser Ausbreitungsrichtung die Grund- und die Oberwelle mit konstanter Phase zueinander sich ausbreiten. Man muss daher die Indexellipsoide der Grund- und Oberwelle miteinander schneiden. Die gemeinsamen Schnittpunkte sind dann jene Ausbreitungsrichtungen, für die derselbe Brechungsindex gegeben ist. Dies ist in Abbildung 6 am Beispiel der Typ 1 Phasenanpassung gezeigt. Die Grundwelle (rote Figur) muss denselben Brechungsindex wie die Oberwelle (blaue Figur) erfahren. Dies ist für den Fall gegeben, wenn die beiden Wellenvektoren der Grund- und der Oberwelle entlang der Richtung des eingezeichneten Wellenvektors  $\mathbf{k}$  ausbreiten. Allerdings ist in diesem Fall die Oberwelle ein e-Strahl und ihr Wellenvektor verläuft nicht mehr parallel zum Poynting Vektor  $\mathbf{S}$ . Deswegen erfährt die Oberwelle während der Propagation einen seitlichen Versatz, der auch mit

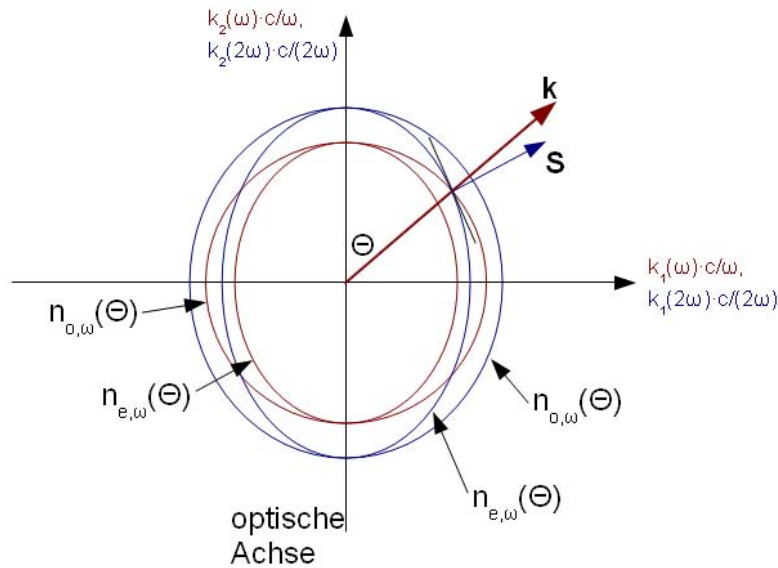


Abbildung 6: Darstellung der Phasenanpassung Typ 1 für einen negativen uniaxialen Kristall. Analoge Betrachtung gilt auch für biaxiale Medien.

dem englischen Ausdruck **walk-off** bezeichnet wird. Diese Vorgehensweise ist allen Phasenanpassungsarten, außer der sogenannten Quasi-Phasenanpassung, gemein.

**Kritische Phasenanpassung:** Bei der kritischen Phasenanpassung (engl. *CPM ... critical phase matching*) unterscheidet man zwei Grundtypen: **kritische Phasenanpassung Typ 1** und **kritische Phasenanpassung Typ 2**. Dabei wird der Strahl so zur optischen Achse des Mediums ausgerichtet, dass Grund- und Oberwelle denselben Brechungsindex erfahren. Der Winkel zwischen Strahl und optischer Achse spielt dabei eine entscheidende Rolle, weil dieser im Experiment sehr genau eingestellt werden muss. Daher rührt auch die englische Bezeichnung *angle tuning*. Die Toleranz beträgt für die ausgewählten Kristalle deutlich weniger als  $1^\circ$ . Die Tabelle 1 zeigt für zwei ausgewählte Kristalltypen die Toleranzwinkel  $\Delta\Theta$  mit Einheiten in Winkelgrad und pro cm Kristalllänge. Ein Kristall mit 2cm Länge besitzt also nur die Hälfte des angegebenen Toleranzwinkels. Zudem tritt bei diesen beiden Phasenanpassungsarten der seitliche Strahlversatz (walk-off) auf, der aus der aufgehobenen Kollinearität von  $\mathbf{k}$  und  $\mathbf{S}$  resultiert.

CPM vom Typ 1 und Typ 2 unterscheiden sich durch die Kombination von o- und

Kristall	$\Delta\Theta$ Typ 1 [°-cm]	$\Delta\Theta$ Typ 2 [°-cm]	$\rho$ Typ 1 (°)	$\rho$ Typ 2 (°)
BBO	0.045	0.072	2.7	3.2
LBO	0.374	0.874	0.6	0.12

Tabelle 1: Toleranzwinkel  $\Delta\Theta$  und seitlicher Strahlversatzwinkel  $\rho$  bei 1064nm für CPM für zwei gebräuchliche Kristalle zur Erzeugung von frequenzverdoppeltem Licht.

e-Strahlen. Während beim Typ 1 die Grundwelle ein reiner o-Strahl ist, ist beim Typ 2 die Fundamentallwelle aus gleichen Anteilen des o- und e-Strahls zusammengesetzt. In beiden Fällen ist die Oberwelle ein e-Strahl. Man findet deswegen häufig die Notierung für den **Typ 1 CPM: ooe** oder **oo-e** und für den **Typ 2 CPM: eoe** oder **eo-e**. Es gibt manche Kristallsorten, die in umgekehrter Richtung die Phasenanpassung zulassen, nämlich *eeo* beispielsweise für den Typ 1. Die beiden ersten Buchstaben weisen die beiden Anteile der Grundwelle aus, der Letzte steht für die Oberwelle.

**Un-Kritische Phasenanpassung** Die Unkritische Phasenanpassung (engl. *NCPM* ... *non-critical phase matching*) ist im Wesentlichen eine Erweiterung der CPM um einen weiteren Freiheitsgrad zur Veränderung des Brechungsindex, nämlich der Temperatur. Die Sellmeier-Gleichung beschreibt im Wesentlichen bereits den Brechungsindex, Temperatureinflüsse stellen hier nur geringe Abweichungen dar. Allerdings gibt es einige Kristalle, bei denen diese kleine Abweichung ausreicht, um durch Zuhilfenahme der Temperatur den walk-off auszuschalten. In Abbildung 6 sieht man, dass der seitliche Strahlversatz der Oberwelle verschwindet, wenn der Winkel  $\Theta$ , den der Strahl mit der optischen Achse einschließt, entweder  $0^\circ$  oder  $90^\circ$  beträgt, da in dem Fall  $\mathbf{S}$  parallel zu  $\mathbf{k}$  ist. Dies lässt sich für einige Kristalle für bestimmte Wellenlängenbereiche erzielen.

Der Name dieser Methode der Phasenanpassung rührt daher, dass der Toleranzbereich für den Winkel  $\Theta$  nun erheblich größer ist, der Winkel ist *unkritisch*. Gelegentlich wird diese Methode auch mit dem englischen Ausdruck *temperature tuning* bezeichnet.

Das erwähnte BBO-Material<sup>2</sup> ist nicht geeignet für NCPM. Bei LBO ist diese Möglichkeit in einem gewissen Wellenlängen und Temperaturbereich möglich. Bei 1064nm beträgt für LBO der Toleranzwinkel etwa das Zehnfache für NCPM als bei der CPM

---

<sup>2</sup>BBO ist ein sogenannter polymorpher Festkörper. Es existieren unter Normalbedingungen zwei verschiedene stabile Gitterstrukturen, das  $\alpha$ -Bariumborat und  $\beta$ -Bariumborat. Davon ist jedoch nur  $\beta$ -Bariumborat für die Frequenzverdopplung geeignet.

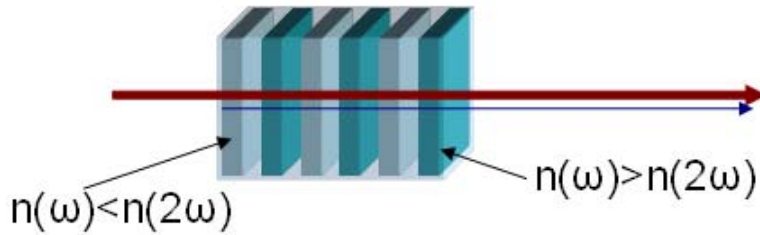


Abbildung 7: Sogenannte Periodisch gepolte Medien erzwingen Phasenanpassung durch ein alternierendes Verhältnis der Brechungsindizes von Grund- und Oberwelle

Methode.

**Periodisch gepolte Strukturen** Diese Art der Phasenanpassung wird meist nur für KTP und LNO Kristalle angeboten und halten nur sehr geringer optischer Leistung stand. Die Idee für diese periodisch gepolten Strukturen ist, dass die Phasenanpassung durch einen alternierenden Brechungsindex erzwungen wird (vgl. Abbildung 7). Die Grundwelle und Oberwelle propagieren in einem dünnen Plättchen. Dabei wird ein Auseinanderlaufen der Phase gestattet. Anschließend wird dieser Phasenfehler durch ein weiteres Plättchen kompensiert. Die Dicke der Kristall-Plättchen muss dabei auf die Wellenlänge abgestimmt sein.

### 2.3 Boyd-Kleinman Theorie

Bisher wurde die Frequenzverdopplung für ebene Wellen behandelt. Diese Annahme ist jedoch unzureichend. In der Arbeit von G. Boyd und Kleinman [Boy68] wird der Fall eines fokussierten Gauss'schen Laserstrahls behandelt, der durch ein nichtlineares Medium propagiert. Die Boyd-Kleinman Theorie basiert auf der Idee, die Leistung der Oberwelle als Summe vieler Anteile aufzufassen, die in dünnen Scheibchen des Verdopplungskristalls entstehen. Wie man in Abbildung 8 erkennt, sind dafür die Position des Fokuspunktes  $f$ , das Verhältnis von Kristalllänge  $l$  zu Strahlwaist  $\omega_0$

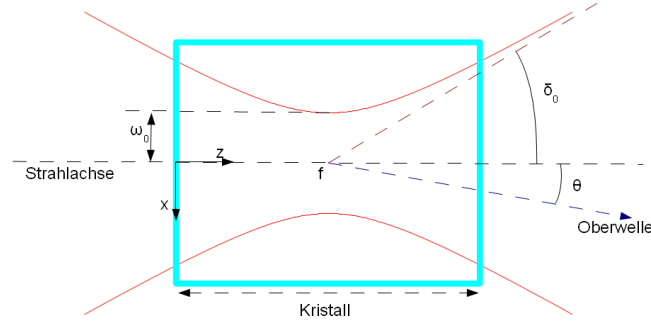


Abbildung 8: Diese Abbildung zeigt einige wichtige Parameter für die Boyd-Kleinman Theorie.  $\omega_0$  bezeichnet den Strahlwaist am Fokuspunkt  $f$ .  $\delta_0$  ist der Öffnungswinkel des Gauss'schen Laserstrahl. Dieser stellt die Grundwelle (rot) dar, davon weicht die Oberwelle (blau) um den Winkel  $\Theta$  ab.

und der Strahlversatzwinkel  $\Theta$  von Bedeutung. Zudem muss die Phasenanpassung  $\Delta k = 2k_r - k_b$  und die Absorption von Grund- und Oberwelle in der Betrachtung berücksichtigt werden. Diese Theorie nimmt an, dass die Konversion zu gering ist, um die Grundwelle weit genug abzuschwächen, um berücksichtigt werden zu müssen. Aus der Boyd-Kleinman Theorie ergibt sich folgende Formel zur Berechnung der Leistung in der ersten Oberwelle  $P_b$ :

$$P_b = K P_r^2 l k_r e^{-\alpha' l} h(\sigma, \beta, \kappa, \xi, \mu) \quad (12)$$

Die Indizes  $r$  und  $b$  stehen wiederum für Grund- bzw. Oberwelle.  $P_r$  ist die Leistung der Grundwelle,  $l$  ist die Kristalllänge,  $k_r$  ist der Betrag des Wellenvektors der Grundwelle,  $\alpha' = \alpha_r + 1/2\alpha_b$  steht für die Absorption und  $h(\sigma, \beta, \kappa, \xi, \mu)$  wird mittlerweile häufig als Boyd-Kleinman Parameter bezeichnet. Er ist abhängig vom Phasenanpassungsparameter<sup>3</sup>  $\sigma = b/2 \cdot \Delta k$ , dem walk-off Parameter  $\beta = \Theta/\delta_0$ , einem Absorptionsparameter  $\kappa = 1/2\alpha b = b/2(\alpha_r - \alpha_b/2)$ , der Fokusstärke  $\xi = l/b$  und der Fokusposition  $\mu = (l - 2f)/l$ . Die Konstante  $K$  setzt sich wie folgt aus dem nichtlinearen Koeffizienten der Polarisationsdichte (vgl. Abschnitt 2.1), der optischen Frequenz der Grundwelle  $\omega_r$ , dem Brechungsindex  $n_r$  der Grundwelle und der Lichtgeschwindigkeit  $c$  zusammen:

$$K = d^2 \frac{128\pi^2 \omega_r}{c^3 n_r}$$

<sup>3</sup>b ist der konfokale Parameter eines Gauss'schen Laserstrahls  $b = 2z_0 = 2 \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$

Es geht weiters aus Gleichung 12 hervor <sup>4</sup>, dass hohe Leistung der Grundwelle, kleine Absorption und ein langer Kristall vorteilhaft für die Frequenzverdopplung sind. Sämtliche variablen Größen sind im Boyd-Kleinman Parameter  $h(\sigma, \beta, \kappa, \xi, \mu)$  zusammengefasst. Da die Kristalle in aller Regel sehr wenig Licht absorbieren ( $<1\%$ ), darf  $\kappa = 0$  gesetzt werden. Die Analyse von Boyd und Kleinman zeigt, dass somit die optimale Position des Strahlwaists in der Mitte des Kristalls ist ( $\mu = 0$ ). Der reduzierte Boyd-Kleinman Parameter  $h(\sigma, \beta, \xi)$  ist das folgende Doppelintegral:

$$h(\sigma, \beta, \xi, ) = \frac{1}{4\xi} \int_{-\xi}^{\xi} \int_{-\xi}^{\xi} d\tau d\tau' \left( \frac{\exp(i\sigma(\tau - \tau') - \beta^2(\tau - \tau')^2)}{(1 + i\tau)(1 - i\tau')} \right) \quad (13)$$

Für maximale Leistung in der Oberwelle sollte der Boyd-Kleinman Parameter  $h$  so groß wie möglich sein. Eine Analyse zeigt, dass dafür  $\beta = 0$  gegeben sein muss. In diesem Fall ist der Boyd-Kleinman Parameter maximal für  $\xi_{\text{opt}} = 2,84$ . Ist der optimale Wert für  $\xi$  bekannt, errechnet sich daraus schließlich der optimale Strahlwaist  $\omega_0$  im Kristall. Die Kristalllänge  $l$  ist dabei ein willkürlich gewählter Wert, den man nach folgenden Kriterien optimal zu wählen hat: große Kristalllänge erhöht einerseits die Effizienz, jedoch muss der Kristall in der Cavity Platz finden und ist außerdem nur in bestimmten Größen herstellbar. Zudem erzeugt ein langer Kristall durch walk-off einen stark elliptische Strahl der Oberwelle. Aus  $b = l/\xi = 2z_0$  und  $z_0 = \pi\omega_0^2/(\lambda/n)$  folgt der optimale Strahlwaist:

$$W_0 = \left( \frac{l\lambda}{\xi n 2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

In der vorliegenden Arbeit wurde ein LBO-Kristall (siehe Abschnitt 2.3.1) mit 2cm Länge für Typ 1 NCPM gewählt. Der Brechungsindex beträgt  $n = 1,605$  und  $\xi = 2,84$ . Damit ergibt sich der optimale Strahlwaist gemäß Gleichung 14 zu  $27,26\mu\text{m}$ .

### 2.3.1 Kristallwahl

Die Wahl des richtigen Kristalls ist oft kein leichtes Unterfangen, da die zahlreichen Kristalleigenschaften den Anforderungen optimal entsprechen müssen. In den vorigen Kapiteln wurde sowohl von doppelbrechenden Medien, als auch von Kristallen gesprochen. Für die Frequenzverdopplung sind Kristalle notwendig, da nur sie die notwendigen Voraussetzungen wie Symmetrieeigenschaften, Transparenz und geeignete nichtlineare Koeffizienten besitzen (siehe dazu u.A [Yar84]). Es ist zudem

<sup>4</sup>Da  $d$  meist in pm/V angegeben ist, ist die folgende Formel vorteilhaft:

$$P_b = \frac{16\pi^2 \exp(-\alpha l) d^2 l h(\sigma, \beta, \xi)}{\epsilon_0 c n_r \lambda_r^3} P_r^2$$

schwierig, hier einen vernünftigen Überblick über alle geeigneten Kristalle zu geben, da die Hersteller ihre Kristallprodukte ständig überarbeiten und verbessern. Als Beispiel möchte ich anführen, dass ein Grund für die Zerstörung eines Kristalls die erhöhte Absorption von Laserlicht durch Kristallimperfectionen verantwortlich ist. Deswegen ist nicht auszuschließen, dass in Zukunft eine größere Zahl unterschiedlicher Kristallmaterialien zur Hochleistungs-Frequenzverdopplung herangezogen wird.

**Dispersion und Doppelbrechung:** Die Dispersionsrelation und die doppelbrechenden Eigenschaften bestimmen, welche Art der Phasen Anpassung möglich ist sowie den geeigneten Wellenlängenbereich dafür.

**Transparenz:** Der Kristall sollte sowohl für Grund- als auch Oberwelle hohe Transparenz besitzen

**Nichtlinearer Koeffizient:** Auf einen großen nichtlinearen Koeffizienten des Kristalls sollte geachtet werden.

**Qualität:** Eine hohe Zerstörschwelle, geringe unerwünschte Effekte (zum Beispiel.: durch blaues Licht induzierte Infrarotabsorption, thermische Linseneffekte), hohe Homogenität des Kristalls, chemische Dauerhaftigkeit (zum Beispiel.: hygroskopische Eigenschaft des Kristalls)

Auf die ersten drei Punkte wird bei der Kristallwahl das Hauptaugenmerk gelegt. Weiters sollte noch auf verfügbare Größen des Kristalls geachtet werden und ob Antireflexbeschichtungen dazu erhältlich sind. Die nachstehende Tabelle 2 listet einige der gebräuchlichsten Kristalle für die Frequenzverdopplung auf. Die Daten dazu stammen aus [FCC10], bzw. von einem Programm [Smi09], das speziell entwickelt wurde, um die genauen Eigenschaften von nichtlinearen optischen Kristallen zu bestimmen.

Für die vorliegende Arbeit wurde ein LBO-Kristall gewählt. Dieser Kristall verfügt über die Möglichkeit von CPM Typ 1 und Typ 2 im geforderten Wellenlängenbereich (siehe Details unter [FCC10]) und ist zudem für NCPM Typ 1 geeignet. Dafür muss er auf 148°C stabilisiert werden. NCPM wurde gewählt, um beim Toleranzwinkel große Freiheit zu besitzen und ohne walk-off zu arbeiten. Dadurch sind große Kristalllängen möglich. NCPM ist für die anderen Materialien, die in Tabelle 2 aufgelistet sind, nach meinen Kenntnissen, nicht möglich. Ein weiterer großer Vorteil ist die äußerst geringe Absorption. Der Hersteller garantiert weniger als 0.1%/cm Absorption für die Grundwelle und weniger als 0.3%/cm für die Oberwelle. Dies ist für den thermischen Linseneffekt wichtig (siehe Abschnitt 2.5). Die große optische

Kristall	Bereich (nm)	Absorption (%/cm)	Zerstörschwelle (GW/cm <sup>2</sup> )	$d_{\max}$ (pm/V)
LBO ( $LiB_3O_5$ )	551-2600	0.3	10	0.84
BBO ( $BaB_2O_4$ )	410-3500	1	1	2.2
KTP ( $KTiOPP_3$ )	500-1800	1	0.3	13.7
LNO ( $LiNbO_3$ )	1100-3700	8	0.25	-25.4
KDP ( $KH_2PO_4$ )	530-1500	4	0.3	0.4

Tabelle 2: Auflistung einiger der gebräuchlichsten Kristalle für die Frequenzverdopplung. Der Bereich gibt die minimale und maximale Wellenlänge an, bei der CPM Typ 1 Phasenanpassung möglich ist (Ausnahme KTP, nur Typ 2). Für die Absorption findet man wellenlängenbedingte variierende Werte, deshalb wurde hier ein Richtwert für jenen Bereich angegeben, für den Phasenanpassung möglich ist. Die Zerstörschwelle wird für einen gepulsten Laser angegeben, der 10ns Pulse mit 10Hz Wiederholrate bei 1064nm erzeugt. Die letzte Spalte gibt den größten nichtlinearen Koeffizienten an, der im d-Tensor (siehe Abschnitt 2.1) vorzufinden ist.

Reinheit des Materials ist zudem ein Grund für die außergewöhnlich hohe Zerstörungsschwelle. Nachteilig wirkt sich der geringe nichtlineare Koeffizient aus. Da jedoch andere Kristalle viel höhere Absorption aufweisen und deutlich geringere Zerstörungsschwellen besitzen, beschränkt sich die engere Auswahl auf BBO und LBO.

Ein weiteres wichtiges Kriterium sind die chemischen Eigenschaften. LBO ist schwach hygroskopisch, BBO zeigt dieses Verhalten viel ausgeprägter. Ohne Maßnahmen dagegen würden die Kristalle über einen längeren Zeitraum ihre Verdopplungseffizienz einbüßen. BBO besitzt zudem eine geringe Mohs'sche Härte von 4.5, LBO von 6.37. Aus privaten Unterhaltungen mit Prof. Piet O. Schmidt ging hervor, dass mit einfachen Mitteln die Oberfläche von BBO nicht zu reinigen ist, von LBO ist dies bedingt möglich. Um die Verschmutzung der Kristalloberfläche mit Staub zu verhindern soll deswegen eine Schutzatmosphäre um den Kristall errichtet werden. Wie in Abschnitt 3 berichtet, wird für den gesamten Aufbau eine Stickstoffatmosphäre erzeugt, um das Vollaugen des LBO Kristalls mit Wasser zu reduzieren und Staub vom Aufbau fern zu halten.

Da zudem der Hersteller nicht garantieren konnte, dass die von ihm angebotene Antireflexbeschichtung für den Kristall die optische Leistung von  $56\text{MW}/\text{cm}^2$  (siehe Abschnitt 2.4) standhält, wurde der Kristall im Brewsterwinkel angefertigt. So können die Reflexionen an den Kristallstirnseiten unterdrückt werden.

## 2.4 Der optische Resonator

Optische Resonatoren bieten die Möglichkeit, das Lichtfeld zu überhöhen. Die Überhöhung des elektrischen Feldes wird bei der Frequenzverdopplung ausgenutzt, um die Verdopplungseffizienz zu steigern. Die Grundlagen zu optischen Resonatoren können in [Sal07] nachgeschlagen werden. Der einfachste Vertreter eines optischen Resonators ist der Fabry-Perot Resonator (siehe Abbildung 9). Der Nachteil dieses Aufbaus ist die entstehende Stehwelle in der Cavity. Ein Frequenzverdopplungskristall zwischen den Spiegeln würde sehr hohen Belastungen ausgesetzt sein, hervorgerufen durch die alternierende Folge von Intensitätsmaximum und Intensitätsminimum, an dem keine Frequenzverdopplung stattfinden kann. Außerdem würde die Oberwelle in zwei Richtungen abgestrahlt. Deswegen werden zur Erzeugung der höheren Harmonischen, der Oberwellen, sogenannte "running wave cavities" verwendet. Sie bestehen aus drei oder mehr Spiegeln, wobei die gebräuchlichste und auch die, in dieser Arbeit verwendete Form, die als **bow-tie cavity**<sup>5</sup> bezeichnete, ist (siehe schematische

---

<sup>5</sup>Der englische Name kommt von dem Umstand, dass die Lichtstrahlen eine Figur, ähnlich der einer Fliege, bilden.

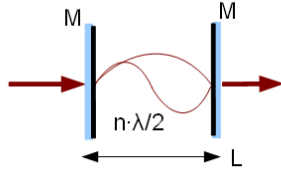


Abbildung 9: Fabry-Perot Resonator. Zwei gegenübergestellte Spiegel erzeugen aus dem von links einlaufende Lichtstrahl eine Stehwelle. Nur Wellenlängen, die der Resonanzbedingung  $n \cdot \lambda/2 = L$  gehorchen, bleiben im Resonator erhalten.

Abbildung 10). Dabei wird das Licht nicht an einem Spiegel in sich zurückreflektiert, sondern läuft stetig im Kreis und bildet keine Stehwelle. Damit die Cavity die Resonanzbedingung erfüllt, muss sie so bemessen sein, dass der Strahl nach einem Umlauf wieder identisch zu dem Ausgangsstrahl ist.

#### 2.4.1 Astigmatismuskompensation und Resonatorberechnung

Die Berechnung der Cavity erfolgt mit Hilfe der Strahltransfer-Matrizen. Details und Ausführungen sind in [Sal07] und [Sie86] zu finden. Die erlaubten Lichtmoden eines optischen Resonators sind Hermite-Gauss-Strahlen, wobei die Grundmode der bereits erwähnte Gauss'sche Strahl ist (vgl. Abschnitt A.1 und Gleichung 30). Der Lichtstrahl, den der Faserverstärker bereitstellt, ist annähernd ein Gauss'scher Laserstrahl. Die Cavity muss nun diesen Gausstrahl so unterstützen, dass er nach einem Umlauf in der Cavity wieder ident mit dem eingekoppelten Laserstrahl ist. Für einen Gauss'schen Strahl lässt sich die folgende komplexe Größe, die **q-Parameter** genannt wird, definieren:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi W(z)^2} \quad (15)$$

Dabei wurde die Bezeichnung von Gleichung 33 verwendet. Die Strahltransfermatrizen verknüpfen diesen q-Parameter mit dem Verhalten des Gauss'schen Strahls an einem optischen Element. Die Transfermatrix ist im einfachsten Fall eine  $2 \times 2$ -Matrix. Jedes optische Element lässt sich durch eine solche Matrix beschreiben. Der neue q-Parameter  $q_2(z)$  lässt sich wie folgt aus dem Anfangsparameter  $q_1$  und der  $2 \times 2$  Matrix  $\mathbf{M}$  mit den Einträgen  $M_{i,j}$  beschreiben:

$$q_2 = \frac{M_{1,1}q_1 + M_{2,1}}{M_{1,2}q_1 + M_{2,2}}$$

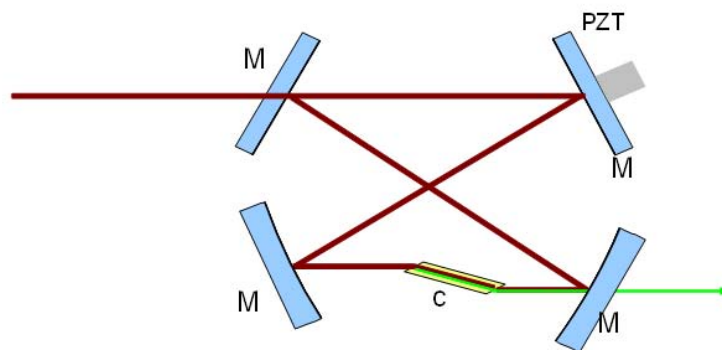


Abbildung 10: Skizze einer *bow-tie cavity* mit vier Spiegeln ( $M$ ) und dem Kristall ( $C$ ). Das Licht läuft links oben in die Cavity und wird an einem Spiegel, der an einem Piezo (PZT-piezoelectric transducer) befestigt ist, nach unten links abgelenkt. Der Spiegel dort ist gekrümmt, sodass der Strahl in den Kristall fokussiert wird. Der Strahl läuft dann über einen weiteren Konkavspiegel zurück zum Ausgangspunkt. Dieser zweite Wölbspiegel koppelt das frequenzverdoppelte Licht aus dem Resonator aus.

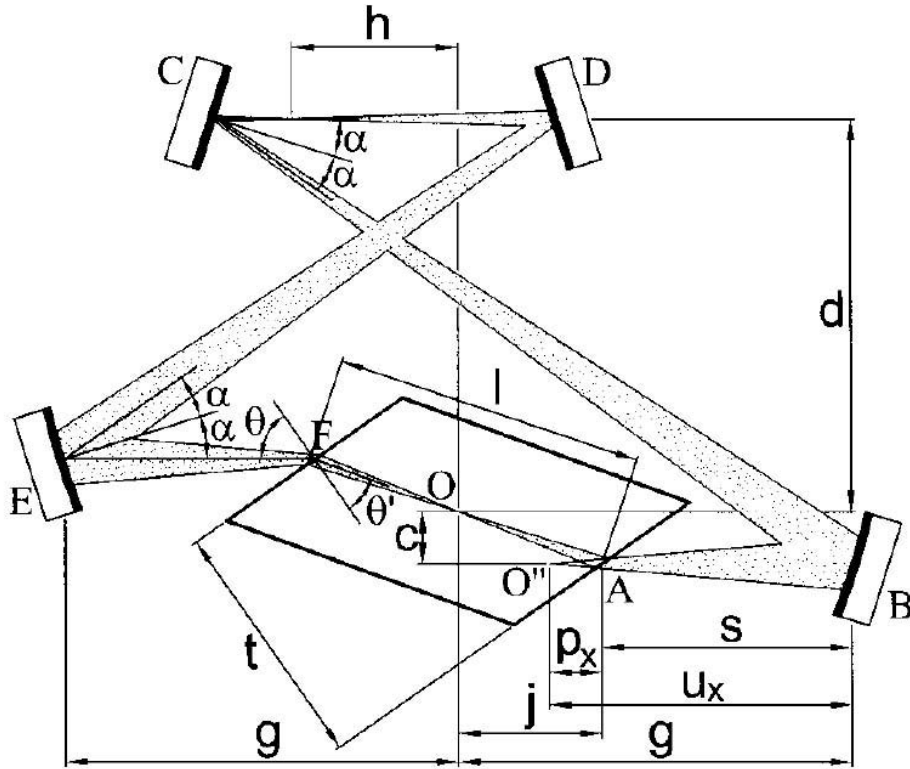


Abbildung 11: Abbildung eines typischen bow-tie Resonators (aus [Fre01]). Die Variablen sind hier dieselben, wie sie auch zur Cavityberechnung verwendet wurden und finden sich in Tabelle 4 wieder.

Folgen  $m$  optische Elemente aufeinander, so ist die resultierende Matrix  $\mathbf{M}_r$  dieses zusammengesetzten Systems das Produkt aus den Einzelmatrizen  $\mathbf{M}_j$ .

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{M}_m \cdot \dots \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_1$$

Nach diesem Prinzip und den in Tabelle 4 angegebenen Matrizen wird die Cavity beschrieben. Der erzeugte Strahl nach einem Umlauf mit dem Parameter  $q_2$  muss gleich dem Anfangsparameter  $q_1$  sein. Wie bereits erwähnt, wird ein im Brewsterwinkel geschnittener Kristall verwendet (vgl. Abbildungen 10 und 11). Der Kristall ist deshalb in der Einfallsebene gedreht und bildet mit den Laserstrahlen keine Linie. Der Gauss'sche Laserstrahl fällt deswegen nicht senkrecht auf die Kristalloberfläche, sondern schief. Der Querschnitt ist eine Ellipse und der Strahl erfährt tangential (in der Einfallsebene) eine andere Brechung als sagittal (senkrecht zur Einfallsebene) und wird als Astigmatismus bezeichnet. Dies ist in Abbildung 12 skizziert. Die Cavity wird so ausgelegt, dass der auftretende Astigmatismus im Kristall durch die beiden gekrümmten Spiegel kompensiert wird. Die folgende Auflistung erklärt die in Tabelle 4 vorkommenden Matrizen. Die Buchstaben  $t$  und  $s$  stehen für *tangential* und *sagittal*. Die Bezeichnungen für die Orte des Strahlengangs sind in Abbildung 11 gezeigt.

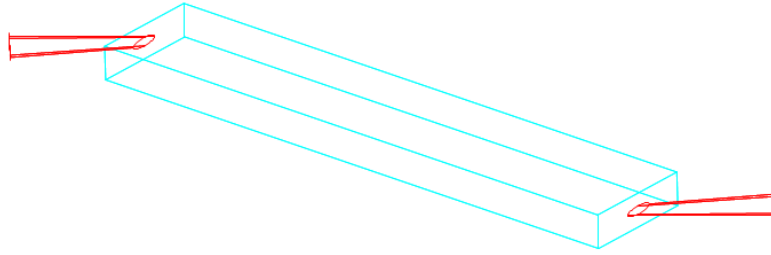


Abbildung 12: Die Laserstrahlen treffen in der tangentialen Ebene schief auf den Kristall. Dadurch entsteht im Kristall selbst ein astigmatischer Strahl (Fokuspunkte für die tangentielle und sagittale Richtung nicht mehr am gleichen Ort). Der auftreffende Strahl muss deswegen so angepasst werden, dass er im Kristall für optimale Konversionseffizienz ein Gauss'scher Strahl ist.

$Ml$  virtuelle Linse, die den thermischen Linseneffekt im Kristall simuliert

$Mt_1, Ms_1$  Die Matrizen für die Strahlpropagation im Kristall zwischen Kristallmitte  $O$  und Austrittspunkts  $A$ . Für  $Mt_1$  muss das schiefe Auftreffen auf die Austrittsfläche berücksichtigt werden und besteht deswegen aus zwei Matrizen.

$Mt_2, Ms_2$  Propagation zwischen Spiegel  $A$  und dem ersten gekrümmten Spiegel  $B$ .

$Mt_3, Ms_3$  Reflexion am Spiegel  $B$

$Mt_4, Ms_4$  Propagation von Spiegel  $B$  entlang der Distanz  $v$  bis zum zweiten Fokuspunkt, der zwischen den Planspiegeln  $C$  und  $D$  liegt. Die weitere Strahlpropagation ist symmetrisch bis zum Kristalleintrittspunkt  $F$

$Mt_5, Ms_1$  Die Propagation im Kristall in sagittaler Richtung zwischen  $F$  und  $O$  ändert sich nicht zu vorher. In tangentialer Richtung müssen die Matrizen wegen des schiefen Auftreffwinkels auf die Kristalloberfläche angepasst werden.

Die resultierende Matrix für die tangentielle Richtung ist  $Mt = Ml \cdot Mt_5 \cdot Mt_2 \cdot Mt_3 \cdot Mt_4 \cdot Mt_4 \cdot Mt_3 \cdot Mt_2 \cdot Mt_1 \cdot Ml$  und für die sagittale Richtung  $Ms = Ml \cdot Ms_1 \cdot Ms_2 \cdot Ms_3 \cdot Ms_4 \cdot Ms_4 \cdot Ms_3 \cdot Ms_2 \cdot Ms_1 \cdot Ml^6$ . Die Anfangswerte neben der Wellenlänge sind Krümmungsradius  $R(0) = \infty$  und Strahlwaist  $W(0) = 27.25\mu\text{m}$  im Kristallzentrum, die den Startparameter  $qt$ , bzw.  $qs$  vorgeben. Die beiden Gleichungen in Gleichungssystem 16 sind nun nach den beiden Variablen  $g$  und  $v$  zu lösen.

<sup>6</sup> $Ml$  wird aus Symmetriegründen doppelt verwendet. Die effektive Gesamtfokuslänge muss entsprechend angepasst werden

Der letzte unbestimmte Parameter ist der Krümmungsradius  $R$  der Spiegel. Dieser wurde mit 50mm frei gewählt. Wegen der thermischen Linse (siehe Abschnitt 2.5) wurde versucht, für die Cavity eine Konfiguration zu finden, mit der ein möglichst großer Bereich an Fokuslängen der thermischen Linse abgedeckt werden kann. Der Einfallswinkel  $\alpha$  wurde für die Astigmatismuskompensation auf ein Optimum bei  $22,5^\circ$  angepasst.

$$\begin{aligned} qt &= \frac{Mt_{1,1} \cdot qt + Mt_{2,1}}{Mt_{1,2} \cdot qt + Mt_{2,2}} \\ qs &= \frac{Ms_{1,1} \cdot qs + Ms_{2,1}}{Ms_{1,2} \cdot qs + Ms_{2,2}} \end{aligned} \quad (16)$$

Neben der Forderung, dass der Strahl nach einem Umlauf wieder in sich selbst übergeht, existiert ein weiteres Kriterium, welches Aufschluss über die Stabilität eines Resonators gibt- der **Stabilitätsparameter**  $\gamma$  (siehe Details in [Sie86]). Er berechnet sich wie folgt:

$$\gamma = \frac{1}{2} + \frac{M_{1,1} + M_{2,2}}{4} \quad (17)$$

Ist die Cavity stabil, dann gilt:  $0 < \gamma < 1$ . Im Idealfall ist  $\gamma = 0,5$ . In der Berechnung der Cavity wurden folgende Größen ermittelt:

**g** siehe Abbildung 11

**v** siehe Abbildung 11

$\gamma$  Stabilitätsparameter für tangentialen und sagittalen Fall

$W_{\text{cryst}}$  Strahlwaist im Kristall für tangentielle und sagittale Richtung

$\frac{1}{\text{RoC}_{\text{cryst}}}$  inverser Krümmungsradius (engl.: radius of curvature) der Phasenfronten im Kristall

$W_{\text{icpl}}$  Strahlwaist für die Einkopplung, der zwischen Spiegel  $C$  und  $D$  in Abbildung 11 liegt.

$\frac{1}{\text{RoC}_{\text{icpl}}}$  inverser Krümmungsradius am Ort des Strahlwaists zwischen Spiegel  $C$  und  $D$  in Abbildung 11

Die Werte  $g$  und  $v$  wurden variiert sodass:

- $g > 28\text{mm}$  wegen der Ausmaße des Kristallofens

---

	$g = 0,03349\text{m}$	$v = 0,1355\text{m}$
--	-----------------------	----------------------

---

Parameter	tangente Lösung	sagittale Lösung
$\gamma$	0,8055	0,5358
$W_{\text{cryst}}$	32 $\mu\text{m}$	26,876 $\mu\text{m}$
$\frac{1}{\text{RoC}_{\text{cryst}}}$	$-6 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-1}$	$0 \text{ m}^{-1}$
$W_{\text{icpl}}$	107,8 $\mu\text{m}$	144,6 $\mu\text{m}$
$\frac{1}{\text{RoC}_{\text{icpl}}}$	$0,111 \text{ m}^{-1}$	$0,176 \text{ m}^{-1}$

Tabelle 3: Lösungswerte und Parameter für die Frequenzverdopplungscavity

- der Stabilitätsparameter nahe bei 0,5 ist
- der Einkoppelstrahl möglichst kleine Elliptizität aufweist
- der Krümmungsradius  $\rightarrow \infty$  für beide Strahlwaists
- der Strahlwaist im Kristall nahe beim optimalen Wert liegt.

Mit der Vorgabe, dass die gekrümmten Spiegel nicht zu nahe am Kristall sitzen dürfen, lässt sich der Resonatorstrahl kaum auf ein rundes Strahlprofil anpassen. Die gefundenen Werte sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

### 2.4.2 Impedanzanpassung

Um abzuschätzen welche Leistung von der Oberwelle erzeugt wird, muss die im Resonator zirkulierende Leistung der Grundwelle bekannt sein. Der Resonator stellt aber kein ideales System in dem Sinn dar, dass er im austarierten Zustand genausoviel Leistung der Grundwelle verliert, wie durch die Frequenzverdopplung in der Oberwelle erzeugt wird. Nicht ideale Spiegelreflektivitäten, Verluste durch Absorption im Kristall und Verluste durch Reflektionen auf den Kristallein- und -austrittsflächen sind die weiteren wichtigen Verlustmechanismen. Der Einkoppelspiegel sollte nun soviel Licht in den Resonator einkoppeln, wie dieser durch die Verluste abgibt. In [Sie86] findet man diese Details zur Resonatortheorie.

Um die optimale Reflektivität des Einkoppelspiegels zu berechnen, betrachtet man zunächst das im Resonator zirkulierende Lichtfeld  $E_{\text{circ}}$ , das sich aus dem im Reso-

<i>Tangential</i>	<i>Sagittal</i>
$Ml = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{fl} & 1 \end{pmatrix}$	$Ml = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{fl} & 1 \end{pmatrix}$
$Mc_1 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{t\sqrt{n^2+1}}{2n^2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	-
$Mc_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix}$	-
$Mt_1 = Mc_2 \cdot Mc_1$	$Ms_1 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{t\sqrt{n^2+1}}{2n^2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$Mt_2 = \begin{pmatrix} 1 & g - \frac{t}{\sqrt{1+n^2}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$Ms_2 = \begin{pmatrix} 1 & g - \frac{t}{\sqrt{1+n^2}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$Mt_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f \cos(\alpha)} & 1 \end{pmatrix}$	$Ms_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} \cos(\alpha) & 1 \end{pmatrix}$
$Mt_4 = \begin{pmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$Ms_4 = \begin{pmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$Mc_3 = \begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$	-
$Mt_5 = Mc_1 \cdot Mc_3$	-

Tabelle 4: Strahltransfermatrizen zur Berechnung des Resonators in Abschnitt 2.4.  $fl$  ist die doppelte Fokusslänge der thermischen Linse,  $f = R/2$  ist die Fokusslänge der Konkavspiegel mit Krümmungsradius  $R$ ,  $n$  der Brechungsindex und  $v$  die Propagation zwischen Spiegel  $B$  in Abbildung 11 und dem zweiten Fokusspunkt zwischen Spiegel  $C$  und  $D$ . Die anderen Parameter sind in derselben Abbildung eingezeichnet.

nator bereits vorhandenen Feld und dem neu Einkoppelten  $E_{in}$  zusammensetzt:

$$\begin{aligned} E_{\text{circ}} &= i\sqrt{1 - R_{\text{in}}}E_{\text{in}} + g(\nu)E_{\text{circ}} \\ g(\nu) &= \sqrt{R_{\text{in}}\eta_{\text{Res}}(1 - \kappa P_{\text{circ}})}e^{i2\pi\nu\frac{c}{L}} \end{aligned} \quad (18)$$

$g(\nu)$  ist die Abschwächung des Feldes nach einem Umlauf und beinhaltet die Spiegelreflektivität des Einkoppelspiegels  $R_{\text{in}}$ , die Verluste im Resonator durch die anderen Spiegel und der Kristallabsorption

$$\eta_{\text{Res}} = R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot e^{-\alpha l}$$

und schließlich den Verlust, wenn die Cavity nicht resonant mit dem Licht ist. Im Fall der Resonanz ist die Resonatorlänge  $L$  ein Vielfaches der Wellenlänge und es gilt  $\nu = \nu_{\text{res}} = L/c$ .  $\kappa$  beschreibt die Verdopplungseffizienz nach Boyd und Kleinman (vgl. Gleichung 12):  $P_b = \kappa P_r^2$ . Die Grundwelle im Resonator wird durch die Verdopplung auf den Wert  $P_{\text{circ}} - P_{\text{circ}}^2 \kappa$  abgeschwächt. Dies entspricht dem Faktor  $1 - \kappa P_{\text{circ}}$ . Durch Quadrieren des Verhältnisses  $E_{\text{circ}}/E_{\text{in}}$  erhält man das Verhältnis von umlaufender Leistung  $P_{\text{circ}}$  und Pumpleistung  $P_{\text{in}}$ .

$$\frac{P_{\text{circ}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1 - R_{\text{in}}}{(1 - g)^2} \quad (19)$$

Diese Gleichung beschreibt implizit die umlaufende Leistung in Abhängigkeit von der Reflektivität des Einkoppelspiegels  $R_{\text{in}}$ . Eine alternative Methode, die in [Wer00] beschrieben wird, erspart das Lösen dieses Ausdrucks mit anschließender Optimierung von  $P_{\text{circ}}$  bezüglich  $R_{\text{in}}$ . Das am Einkoppelspiegel verlorene Licht  $E_{\text{loss}}$  besteht aus folgenden beiden Komponenten: das am Einkoppelspiegel reflektierte Pumplicht und das transmittierte Licht aus der Cavity.

$$E_{\text{loss}} = E_{\text{in}}\sqrt{R_1} + i\sqrt{1 - R_1}\frac{g}{\sqrt{R_1}}E_{\text{circ}} \quad (20)$$

$E_{\text{circ}}$  lässt sich aus Gleichung 18 substituieren und man erhält:

$$\frac{E_{\text{loss}}}{E_{\text{in}}} = \frac{R_{\text{in}} - g}{R_{\text{in}}(1 - g)} \quad (21)$$

Maximale Leistung in der Cavity erhält man, wenn das Verlust-Feld  $E_{\text{loss}}$  verschwindet, d.h.  $R_{\text{in}} = g$ . Daraus lässt sich mittels dem  $g$ -Parameter aus Gleichung 18 eine Bedingung für die optimale Reflektivität des Einkoppelspiegels herleiten:

$$R_{\text{in}} = \eta_{\text{res}}(1 - \kappa P_{\text{circ}}) \quad (22)$$

Mit diesem Ausdruck lässt sich Gleichung 19 einfacher schreiben :

$$P_{\text{circ}} = \frac{1 - R_{\text{in}}}{(1 - \sqrt{R_{\text{in}}})^2} P_{\text{in}} = \frac{P_{\text{in}}}{1 - R_{\text{in}}} \quad (23)$$

Durch das Einsetzen der zirkulierenden Leistung im Resonator  $P_{\text{circ}}$  aus Gleichung 23 in die Gleichung 22 und Auflösen nach  $R_{\text{in}}$  erhält man folgendes Resultat für die optimale Reflektivität des Einkoppelspiegels:

$$R_{\text{in}} = \frac{1}{2} \left( \eta_{\text{Res}} + 1 - \sqrt{\eta_{\text{Res}}^2 - 2\eta_{\text{Res}} + 1 + 4\kappa\eta_{\text{Res}}P_{\text{in}}} \right) \quad (24)$$

## 2.5 Thermischer-Linsen-Effekt

Durch die hohe umlaufende Leistung im Resonator wird im Kristall genug Energie durch Absorption aufgenommen, um in ihm eine inhomogene Temperaturverteilung hervorzurufen. Diese inhomogene Temperaturverteilung führt zu einer Modifikation des Brechungsindex, was weiter zur Folge hat, dass die Phasenfronten des Laserstrahls verzerrt werden. Es stellt sich heraus, dass dies effektiv in einer virtuellen Linse im Kristall resultiert, die man auch als thermische Linse bezeichnet. Die Änderung des Brechungsindex  $dn/dT$ , auch thermo-optischer Koeffizient bezeichnet, ist vom Material abhängig und kann sowohl positiv als auch negativ sein. Jene Materialien mit positivem Brechungsindex bilden eine Sammellinse aus, während in den anderen eine Zerstreuungslinse gebildet wird. Das verwendete LBO Material besitzt einen negativen thermo-optischen Koeffizienten.

Um die Thermische Linse abzuschätzen, muss zunächst die Absorptionseigenschaft des Materials bekannt sein. Diese Absorption führt zu inhomogener Temperaturverteilung im Kristall, die durch die Wärmeleitung bis zu einem gewissen Grad im Material ausgeglichen wird. Wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, liegt die im idealen Fall umlaufende Leistung im Resonator bei 130W. Im Kristall beträgt der Strahlwaist  $W_0 = 27\mu\text{m}$  und die absorbierte Leistung von Grund und Oberwelle beläuft sich auf etwa 150mW. Der Wärmeleitungskoeffizient von LBO ist  $k_{\text{th}} = 3,5\text{W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ . Der thermooptische Koeffizient von LBO wird zur Vereinfachung als isotrope Größe betrachtet, die den Wert von  $1,1 \cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$  besitzt. Dies ist dadurch gerechtfertigt, dass sich dieser Wert bei LBO in allen Hauptachsen zwischen  $-8,5 \cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$  und  $-13,6 \cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$  bewegt.

Die Wärmeleitungsgleichung 25 beschreibt die Temperaturverteilung  $T(x, y, z)$  im Kristall mit einer Quelle  $S_{\text{th}}(x, y, z)$ .

$$-\nabla(k_{\text{th}} \cdot \nabla T(x, y, z)) = S_{\text{th}}(x, y, z) \quad (25)$$

Die Quelle ist die Resonatormode mit der Intensität  $I(x, y, z)$  und dem Strahlwaist

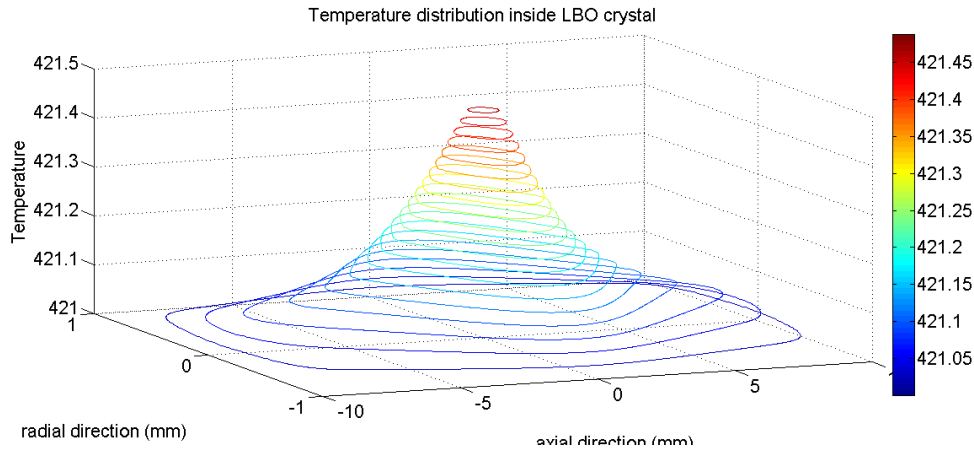


Abbildung 13: Temperaturverteilung im Kristall bei maximaler, im Resonator zirkulierender, optischer Leistung von 130W

$W_0$  im Kristallzentrum:

$$S_{\text{th}}(x, y, z) = I(x, y, z) = \frac{2P_{\text{circ}}}{\pi W(z)^2} e^{-2\frac{(x^2+y^2)}{W(z)^2}}$$

Das Problem lässt sich wegen der Symmetrie in der x- und y-Koordinate auf ein zweidimensionales Problem reduzieren. Das Mathematikprogramm *MATLAB*<sup>®</sup> der Firma *The MathWorks, Inc.* besitzt bereits ein graphisches Interface zur Lösung dieses Problems. Dabei wurde für den Quellterm  $S_{\text{th}}$  ein Gauss'scher Strahl verwendet. Für die Lösung wurde zur weiteren Vereinfachung der Kristall durch einen Quader mit rechtwinkliger Grundfläche der Abmessungen  $20 \times 2\text{mm}^2$  ersetzt. Die graphische Darstellung dieser Lösung ist in Abbildung 13 gezeigt.

Aus dieser Lösung kann nun durch folgende Überlegung eine Näherung für die thermische Linse entwickelt werden. Der Laserstrahl, der ein Stück  $\Delta z$  in einem Kristall, welcher auf konstanter Temperatur  $T_0$  gehalten wird, propagiert, besitzt den Phasenterm

$$e^{in(T_0)k\Delta z}$$

Ändert sich entlang dieser Wegstrecke  $\Delta z$  die Temperatur auf  $T_0 + \Delta T_1$ , dann ist der Brechungsindex  $n_1$  auf

$$n_1 = n(T_0) + \frac{dn}{dT}((T_0 + \Delta T_1) - T_0)$$

angewachsen oder gefallen, je nach Vorzeichen des thermo-optischen Koeffizienten. Propagiert der Strahl ein weiteres Stück  $\Delta z$  mit einer neuerlichen Temperaturänderung von  $T_0 + \Delta T_1$  auf  $T_0 + \Delta T_2$ , ergibt sich der neue Brechungsindex  $n_2$  analog zu

$$n_2 = n(T_0) + \frac{dn}{dT}\Delta T_1 + \frac{dn}{dT}(\Delta T_2 - \Delta T_1)$$

Die Phasenverschiebung zwischen dem Lichtstrahl, der durch ein Medium mit konstanter Temperatur  $T_0$  propagiert und einem Strahl, der im selben Medium mit diskreten Temperaturschwankungen sich ausbreitet, ergibt sich zu:

$$in(T_0)kz - i \left( n(T_0) + \frac{dn}{dT} \sum_i (\Delta T_{i+1} - \Delta T_i) \right) kz$$

Nach Propagation entlang der  $z$ -Richtung durch das Medium der Länge  $l$  ist die Gesamtbrechungsindexänderung  $\Delta n$  entlang einer Strahltrajektorie mit folgendem Integralausdruck gegeben:

$$\Delta n = \frac{dn}{dT} \int_0^l (T_0 - T(z)) dz \quad (26)$$

Dieses Ergebnis lässt sich auch analog für Linsen anwenden. Dabei ändert sich nicht der Brechungsindex, sondern die Substratdicke. In diesem Fall wäre in Gleichung 26 der Integrand durch die Substratdicke  $d(z)$  zu ersetzen. An dieser Stelle soll die Temperaturverteilung in Zylinderkoordinaten  $(\rho, \phi, z)$  betrachtet werden, da sie in dieser Darstellung nur mehr von  $\rho$  und  $z$  abhängt. Um die Temperaturverteilung durch einfachere Funktionen auszudrücken, wurde sie in radialer ( $\rho$ ), sowie axialer ( $z$ ) Richtung durch zwei Gausskurven genähert. Die Temperaturverteilung muss somit nach Gleichung 26 in  $z$ -Richtung aufintegriert werden, um die Phasenänderung zwischen dem Strahlzentrum und einem nicht erwärmten Gebiet des Strahls zu erhalten. Ein Vergleich zwischen dem Phasenunterschied bei einer plan-sphärischen Linse und dem Kristall zeigt, dass die temperaturbedingte Brechungsindexänderung bei  $P_{\text{circ}} = 130\text{W}$  einem Linsenradius von  $4520\text{mm}$  entspricht. Die Fokusslänge ergibt sich aus der Formel  $f = R/(n - 1) \simeq 7470\text{mm}$ . Eine graphische Anpassung von Linsenradius an die Brechungsindexänderung in radialer Richtung ist in der Abbildung 14 gezeigt.

## 2.6 Cavity Lock

Es gibt zwei sehr weit verbreitete Standardtechniken um eine Cavity zu stabilisieren. Zum einen das Pound-Drever-Hall Verfahren, welches allerdings einen Elektrooptischen Modulator im Resonator-Pumpstrahl benötigt. Sie weist zwar bessere Sta-

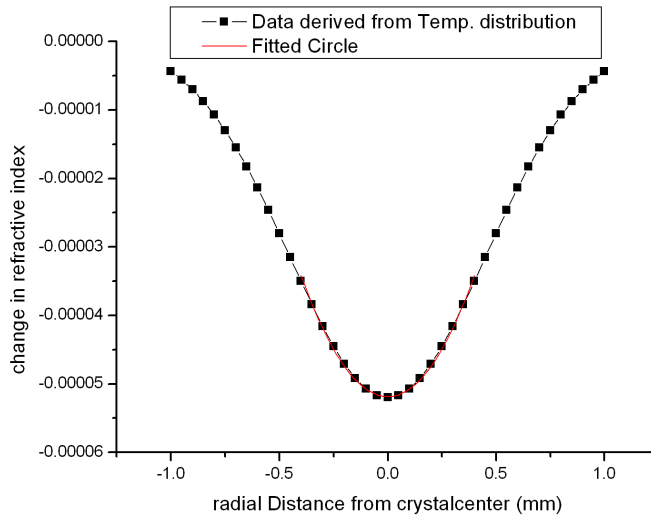


Abbildung 14: Anpassung des Linsenradius einer plan-conkaven Linse an die Brechungsindexänderung des LBO Kristall bei voller Umlaufleistung im Resonator von 130W

bilisierungseigenschaften als die im nachfolgenden Absatz beschriebene Methode auf, allerdings ist sie technisch erheblich aufwändiger zu realisieren.

Das zweite Verfahren ist eine Abwandlung der Polarisationspektroskopietechnik, benannt nach ihren Erfindern T. Hänsch und B. Couillaud [Hän80]. Die Theorie wird im Folgenden nur kurz erläutert. Ihre Funktionsweise ist in Abbildung 15 schematisch dargestellt. Voraussetzung ist, dass der Resonator eine Polarisationsrichtung diskriminiert, für die andere hingegen resonant ist. Diese resonante Polarisationsrichtung ist durch den im Brewsterwinkel angefertigten Kristall definiert. Sie liegt bei der verwendeten Cavity in tangentialer Richtung. Die dazu senkrechte Polarisation zeigt senkrecht aus der Blattebene heraus und wird am Kristall reflektiert. Sie erfährt deshalb große Verluste bei jedem Umlauf. Vor dem optischen Resonator befindet sich ein  $\lambda/2$  Wellenplättchen, welches die Justierung der Polarisationsrichtung des linear polarisierten Lichtes erlaubt. Diese eingestellte Polarisationsrichtung ist in tangentiale und sagittale Komponente zu zerlegen. Am Einkoppelspiegel wird das reflektierte Pumplicht mit dem transmittierten Licht aus dem Resonator überlagert. Aufgrund der Tatsache, dass Licht mit sagittaler Polarisierungseinstellung im Resonator nicht verstärkt wird, erfährt das reflektierte, sagittal polarisierte Licht keine große Phasenverschiebung. Die tangentiale Polarisationsrichtung wird im Resonator verstärkt, erfährt aber, solange die Cavity nicht resonant ist, eine Phase. Das am Einkoppelspiegel verlorene Licht besteht somit aus einer tangentialen und einer sagittalen Komponente, die zueinander eine gewisse Phasenverschiebung besitzen. Die

Polarisation ist deshalb elliptisch, was man sich aus den beiden möglichen zirkularen Polarisationen mit unterschiedlicher Amplitude zusammengesetzt denken kann. Das  $\lambda/4$  Wellenplättchen generiert daraus wieder die beiden linearen Polarisationsanteile, die vom Wollaston-Prisma räumlich getrennt werden. Ist die Cavity resonant

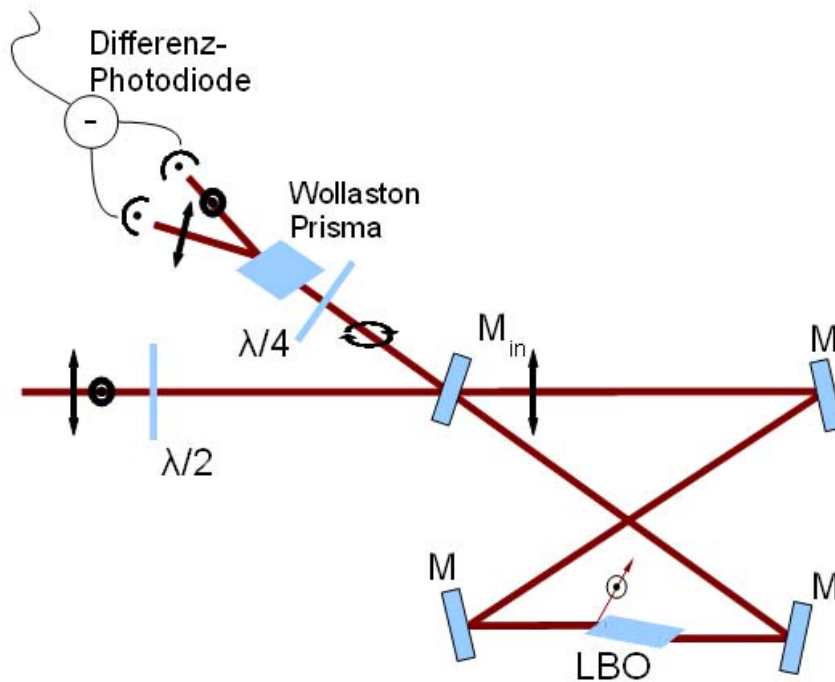


Abbildung 15: Veranschaulichung der Funktionsweise des Hänsch-Couillaud-Stabilisierungsverfahren für einen optischen Resonator.

eingestellt, erfährt die tangentielle Polarisationskomponente einen Phasenschub der ein Vielfaches von  $2\pi$  ist. Das Licht, das zum  $\lambda/4$  Wellenplättchen gelangt besteht in diesem Fall aus gleichen Anteilen von rechts- und linkszirkularer Polarisation. Die vom Wollaston Prisma aufgeteilten Strahlen besitzen dann gleiche Intensität und das Fehlersignal von der Differenzphotodiode verschwindet. Ein idealisiertes Fehlersignal ist in Abbildung 16 gezeigt. Im verwendeten Aufbau konnte zudem zur Überprüfung des Locks gezeigt werden, dass das Fehlersignal wie erwartet zusammenbricht, wenn die Polarisation in tangentialer Richtung weist und kein Anteil mehr in die sagittale Richtung zeigt. Die Annahme war, da keine idealen Elemente für die Stabilisierung verwendet wurden, dass noch genug Licht in der eigentlich unerwünschten (sagittalen) Richtung polarisiert ist, um die Stabilisierung zu gewährleisten. Dies ist jedoch nicht der Fall. Das bedeutet, dass die Cavity die schlechte Polarisation vollständig unterdrückt, und das Wollaston Prisma die gewünschte Güte für die Strahlaufteilung aufweist. Eine billigere Alternative wäre statt des Prismas einen polarisierenden

Strahlteiler-Würfel zu verwenden. Diese besitzen jedoch schlechtere optische Eigenschaften.

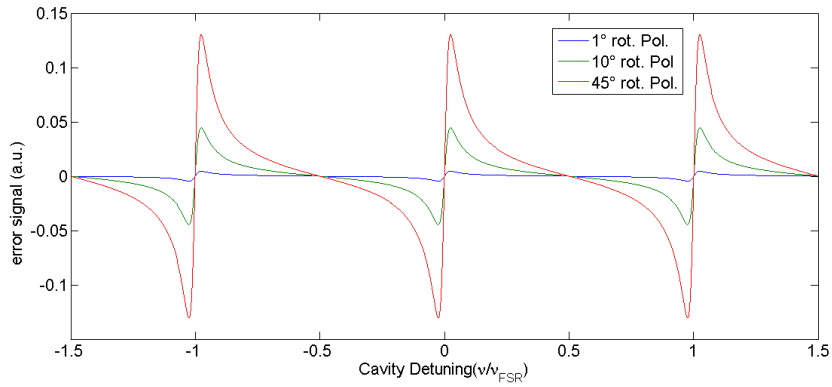


Abbildung 16: Darstellung des durch die Differenzphotodiode generierten idealen Fehlersignals. Die Größe des Fehlersignals ist hier in willkürlichen Einheiten aufgetragen. In der Nähe von einer der Resonanzen  $\nu/\nu_{FSR} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  besitzt das Fehlersignal eine steile Flanke, auf die die Cavity stabilisiert wird. Die Legende bezeichnet die Fälle, in denen die Polarisation um den ausgewiesenen Winkel von der resonanten Polarisation abweicht.

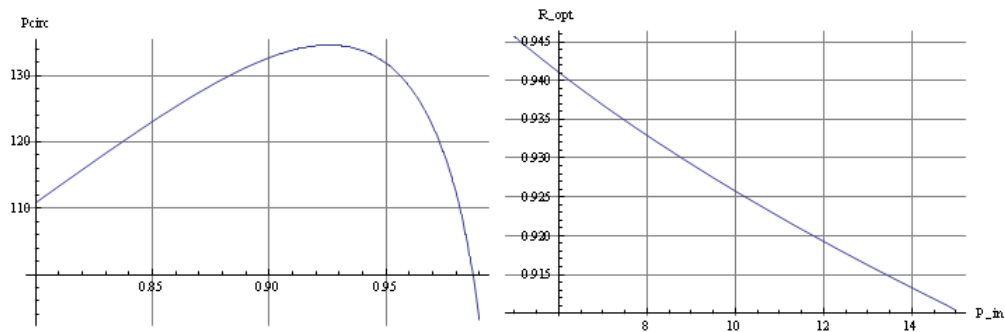


Abbildung 17: *Links*: Plot der Funktion für die umlaufende Leistung der Grundwelle im Resonator bei 10W Pumpleistung. Sie ist abhängig von der Reflektivität des Einkoppelspiegels (x-Achse). *Rechts*: optimale Reflektivität des Einkoppelspiegels in Abhängigkeit von der Pumpleistung.

### 3 Ausführung und Aufbau

#### 3.1 Reflektivität Einkoppelspiegel

Die Reflektivität des Einkoppelspiegels wurde mittels Gleichung 24 ermittelt. In Abbildung 17 sind die Ergebnisse dazu graphisch dargestellt. Die für die Berechnung verwendeten Werte lauten wie in Tabelle 5 angegeben.

Spiegelreflektivität	99,95%
Verluste Kristallfläche	0,5
Absorption Kristall	0,1%/cm
Kristalllänge	2cm
Verdopplungsparameter $\kappa$	0,00047187/W

Tabelle 5: Charakteristische Werte der Komponenten der Cavity aus denen sich die optimale Reflektivität des Einkoppelspiegels ergibt.

Es wurde in der Planungsphase angenommen, dass der Faserverstärker bis zu 10W Ausgangsleistungen liefern kann<sup>7</sup>. Es ist aber auch möglich, kurzzeitig um 1-2W mehr zu erzielen, was aber deutlich erhöhte Alterungserscheinungen der Faser nach sich zieht. Deswegen wurde die Berechnung mit 10W Pumpleistung durchgeführt. Wie man in Abbildung 17 erkennt, besitzt der optimale Einkoppelspiegel 92,5%

<sup>7</sup>aus privaten Unterhaltungen mit Dr. Elmar Haller

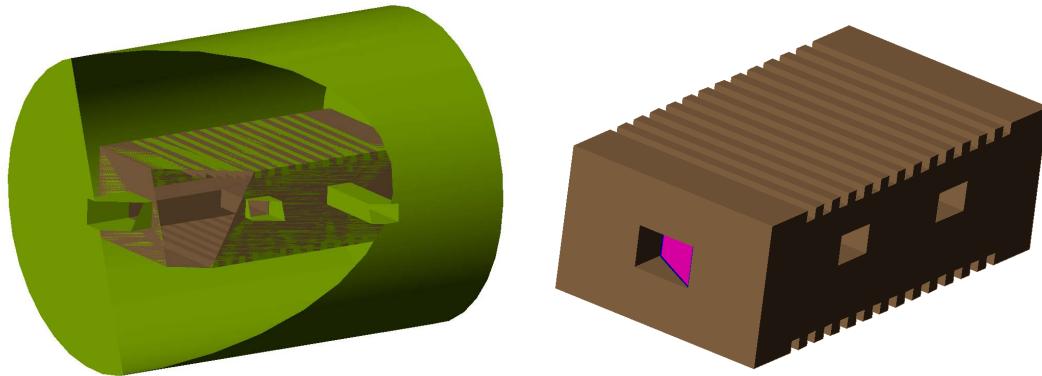


Abbildung 18: Vereinfachte technische Zeichnungen des Kristallofens. Das linke Bild zeigt die äußere Teflonhülle (grün) mit dem Aluminiumheizblock (braun). Der Kristall (violett) liegt auf der Zylinderachse, die Aussparungen für den Einfall des Laserstrahls wurden für den Brewsterwinkel nachgebessert. Senkrecht zur Zylinderachse befinden sich zwei weitere Aussparungen für Temperatur-Messwiderstände. Der innere Korpus (braun) besteht aus Aluminium. Die Querfräsungen sind mit Heizdraht bestückt (nicht eingezeichnet). In dem Aluminiumblock sind die Messwiderstände befestigt. Im rechten Bild ist der Heizblock herausgenommen. Die Führungen für den Heizdraht sind besser zu erkennen, ebenso die Löcher für die Temperaturwiderstände. Im Inneren des Aluminiumblocks befindet sich der Kristall (pink), der durch eine Zinnfolie mit 0,1mm Dicke umhüllt ist, die für optimale Wärmeübertragung verantwortlich ist.

Reflektivität. Gewählt wurde für das Experiment ein Spiegel mit 92% Reflektivität, um auch etwas größere Leistungen in die Cavity optimal einkoppeln zu können.

## 3.2 Kristallofen

Um den Kristall auf die benötigte Temperatur von  $148^{\circ}\text{C}$  aufzuheizen, wurde ein Ofen dafür gebaut. Der Aufbau dieses Ofens ist in Abbildung 18 gezeigt. Für die Temperaturstabilisierung wurde ein **PT100** Widerstand in einer Wheatstone'schen Messbrücke (siehe Abbildung 19) verwendet. Damit wird ein Fehlersignal in Form einer Spannung generiert. Im Falle idealer elektronischer Bauelemente und perfek-

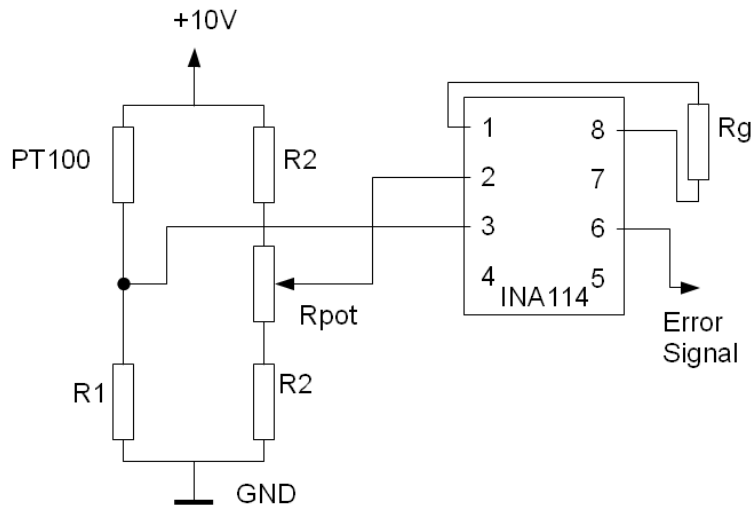


Abbildung 19: Wheatstone'sche Messbrücke mit Differenzverstärker des Typs *INA 114* zur Temperaturstabilisierung des LBO-Kristalls. Verwendet wurden folgende Widerstände:  $PT100(T=0^{\circ}C)=R1=100\Omega$ ,  $R2=R_{pot}=100\Omega$ ,  $R_g=300\Omega$ .

ter Wärmeleitung im Kristall, in der Zinnfolie und im Aluminiumgehäuse würde die Stabilisierung  $1/100^{\circ}C$  betragen. Da aber der elektrische Widerstand des PT100-Messwiderstand mit Kabeln um circa  $0.1\Omega$  schwankt, liegt die geschätzte Temperaturstabilität im Bereich von  $0,27^{\circ}C$ . Für NCPM in dem 2cm langen Kristall ist die Toleranz für Temperaturschwankungen auf  $2^{\circ}C$  limitiert. Die Einhaltung dieser Grenze kann schwer nachgeprüft werden, da kein ausreichender Zugang zum Kristall möglich ist. Es wird aber angenommen, dass die Wärmeleitung des Kristalls von  $3500W/(mm\cdot K)$  ausreicht um einen Temperaturunterschied von  $2^{\circ}C$  zwischen den Kristallstirnseiten auszugleichen (vgl. auch Abschnitt 2.5), da außerdem der Ofen bis zu  $12,6W$  Heizleistung aufbringen kann. Strömungen des Umgebungsgases sind aus diesem Grund die Hauptursache thermischer Störungen des Kristalls. Es ist geplant die Cavity und damit auch den Kristall durch eine zusätzliche Einhausung davor zu schützen.

### 3.3 Stickstoffbox

Der Kristall ist leicht hygroskopisch und büßt aufgrund von  $H_2O$ -Einlagerungen seine Eigenschaften zur Frequenzverdopplung ein. Zudem wird vermutet, dass LBO Sauerstoff abgibt (siehe [Wer00]) und deswegen die Verdopplungseffizienz zusätzlich

verringert wird. Als Lösung für beide Probleme würde sich eine Sauerstoffatmosphäre anbieten. Da jedoch die Optik in regelmäßigen Abständen auf Staubablagerungen und Schmutz überprüft und sie im Bedarfsfall mit Stoffen, die leicht entflammbar sind, wie Methanol oder Isopropanol, gereinigt werden muss, ist die Gefahr eines Unfalles erhöht.

Die Lösung sieht vor, den gesamten Aufbau in eine Box zu stellen, die mit Stickstoff statt Sauerstoff vollständig geflutet wird. Die Box soll dicht genug sein, damit ein leichter Überdruck mit Stickstoff aufgebaut werden kann. Kleine Lecks, die nicht zu verhindern sind, bieten den Vorteil, dass durch ausströmenden Stickstoff restliche Luft und Schmutz nach außen transportiert und neuerliches Eindringen verhindert wird. Die optischen Fasern für das 532nm Licht sowie für den Pumplaser und sämtliche elektrischen Anschlüsse werden durch spezielle Aussparungen in einer Metalleiste, welche an die Box geschraubt wird, zum Aufbau geführt.

### 3.4 mechanischer Resonatoraufbau

Der Resonator sollte, vom mechanischen Standpunkt aus betrachtet, zwei Kriterien erfüllen. Dies ist zum einen Stabilität, zum anderen Einfachheit. Häufig wird ein sogenanntes monolithische Blockdesign verwendet, bei dem der ganze Resonator корпус aus einem Metallstück gefräst ist und die Spiegel, sowie auch der Kristallhalter, die in diesen Korpus integriert sind. Dieser Aufbau limitiert jedoch die Anpassungsfähigkeit der Cavity. Die Einfachheit sollte bei Probleme schnelle und einfache Lösungen ermöglichen.

Aus diesem Grunde wurden die Spiegel in kommerziell erhältliche Spiegelhalter des Typ *Newport-M-SN100-F3KN* befestigt. Sie zeichnen sich durch große Stabilität, Präzision und großem Verstellweg der Feinmechanikschrauben aus. Auch der Kristallhalter wurde zylinderförmig entworfen um ihn ebenso in einem Spiegelhalter mit 25,4mm Öffnung zu befestigen. Dies bietet den Vorteil, dass der Strahl und der Kristall iterativ auf optimalen Strahldurchgang mit optimaler Frequenzverdopplungseffizienz angepasst werden kann. Vor diesem Design wurde die Verdopplung auf einer 2cm starken Aluminiumplatte aufgebaut. Der neue Aufbau (vgl. Abbildung 20) brachte deutliche Verbesserungen der Stabilität mit sich.

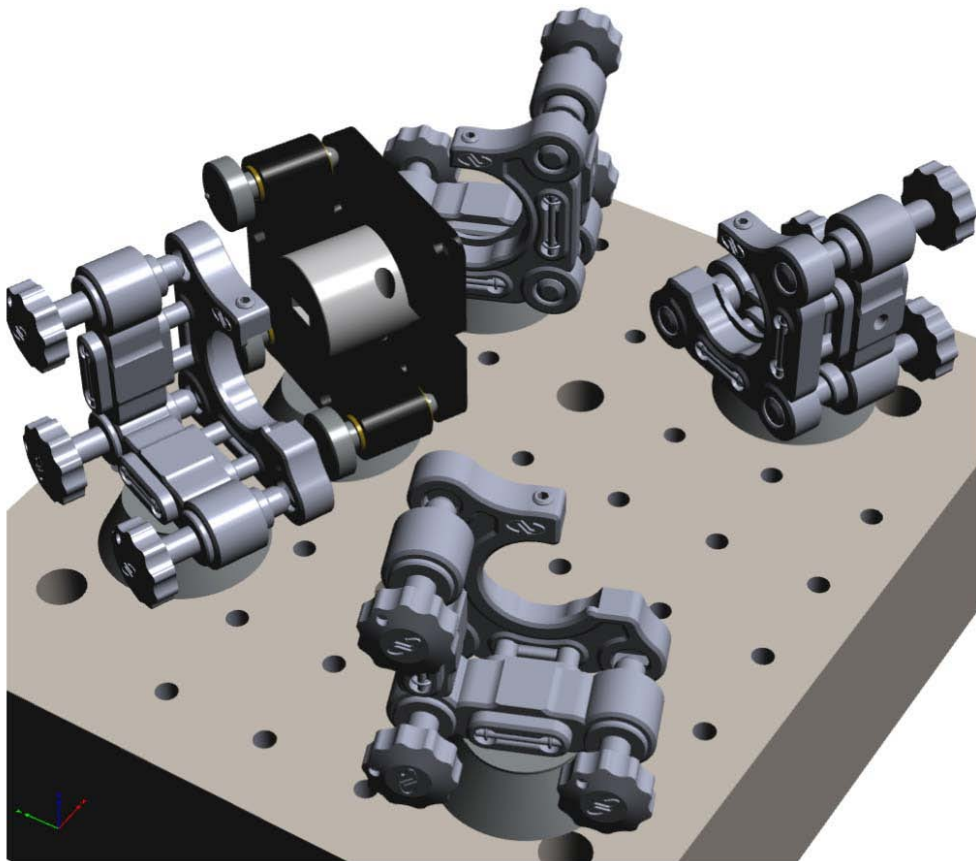


Abbildung 20: Dreidimensionale technische Zeichnung des optischen Resonators. Die Spiegelhalter sind auf kurze Kegelstümpfe aus Edelstahl aufgesetzt. Diese Drehkegelstümpfe sind mit drei Schrauben im Basisblock, der aus Aluminium besteht, befestigt. Aluminium besitzt ein geringeres Gewicht als Stahl und verfügt über höhere thermische Leitfähigkeit. Der Block ist mit zwei Schrauben auf dem stählernen optischen Tisch befestigt, um Verspannungen durch die unterschiedliche thermische Ausdehnung von Aluminium und Stahl zu unterdrücken.

### 3.5 Resonatorstabilisierung

Das in Abschnitt 2.6 beschriebene Hänsch-Couillaud-Lock Verfahren dient der Stabilisierung der Cavity auf die Resonanz. Dazu wurde eine selbst gebaute Differenzphotodiode und PID-Regler<sup>8</sup> verwendet, wobei dieser letztendlich auf einen I-Regler reduziert werden musste. Der Grund dafür ist, dass der Spiegel auf dem Piezo (PZT) (vgl. Abbildung 10) mit 12,7mm Durchmesser und 3mm Dicke zu großes Gewicht für den verwendeten Piezo besitzt (Typ Thorlabs<sup>©</sup>AE203D04 ) und deswegen die Resonanzfrequenz auf 1,2kHz reduziert ist (Resonanzfrequenz ohne Masse: 261kHz ). Der I-Teil des Reglers wurde deswegen so dimensioniert, dass in der Nähe der Resonanz keine Verstärkung mehr auftritt.

---

<sup>8</sup>Details zu elektronischen Reglern können in [Tie10] nachgeschlagen werden

	tangential	sagittal
Waistradius ( $\mu\text{m}$ )	180	135
Waistposition (mm)	109	136

Tabelle 6: Vermessene Parameter des Laserstrahls, welcher in den optischen Resonator eingekoppelt wird. Die Waistposition ist angegeben ab der Position der letzten Linse vor dem optischen Resonator. Auf die Abschätzung des Fehlers wird verzichtet, da das vermessene Strahlprofil sehr stark von den Werten abweicht, die aufgrund der Resonatorberechnung gefordert wird (siehe Tabelle 3).

## 4 Ergebnisse

Eine weitere Anforderung neben der Justierung des optischen Resonators besteht in der präzisen Modenanpassung durch ein optisches Teleskop vor der Cavity. Um den Faserverstärker nicht durch Rückreflexionen zu stören oder zu beschädigen, wurde eine optische Diode zwischen Faserverstärker und Cavity platziert. Da die Zerstörschwelle dieser Diode bei  $2\text{kW}/\text{cm}^2$  liegt, musste der Laserstrahlwaist auf mindestens  $400\mu\text{m}$  durch ein Teleskop vergrößert werden.

### 4.1 Modenanpassung

Nach der optischen Diode wurden zwei Linsen so aufgebaut, dass der Strahlwaist der Cavity-Mode entspricht (vgl. Tabelle 3). Es wurde festgestellt, dass das Laserstrahlprofil auffallend stark von der optischen Diode beeinflusst wird. Die genaue Ursache dafür ist bisher nicht bekannt. Die Justierung orientierte sich ausschließlich auf optimale Transmission von Licht linearer Polarisation mit den geforderten Strahlparametern (tangentialer Strahlwaist  $108\mu\text{m}$ , sagittaler Strahlwaist  $145\mu\text{m}$ ).

Es musste ein Kompromiss mit zwei Linsen mit genügend großer Brennweite gefunden werden, um genügend Abstand zum Einkoppelspiegel der Cavity zu halten. Der erreichte Strahlwaist ist dabei ähnlich elliptisch wie der, der Cavity Mode, allerdings mit vertauschten Halbachsen (siehe Abbildung 21). Dies bedingt auch die schlechte Einkoppeleffizienz von etwa 55%. Es wird davon ausgegangen, dass auch höhere Moden sowie Veränderungen des Strahlprofils, die durch die Eintrittsfenster des optischen Isolators, die im Brewsterwinkel angeordnet sind, verursacht werden, eine Rolle spielen. Es wurde herausgefunden, dass der Strahl vor der optischen Diode eine geringe Elliptizität aufweist, die im Bereich der Messungenauigkeit lagen.

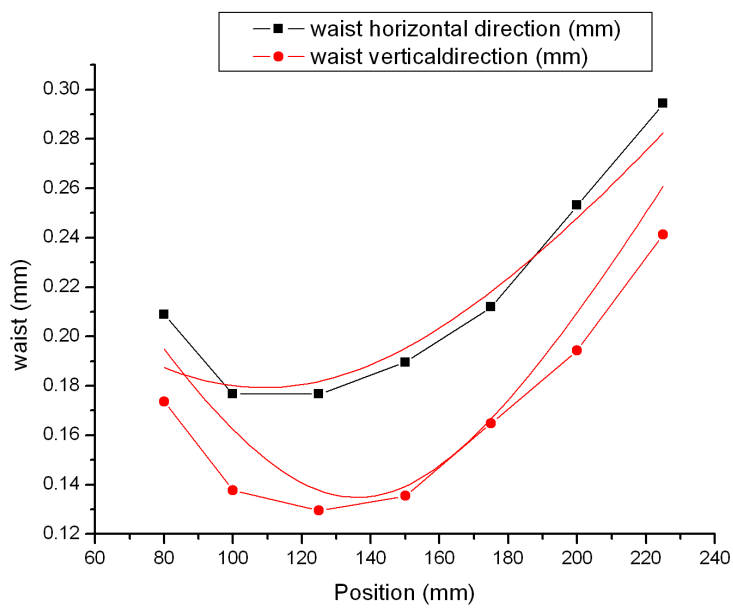


Abbildung 21: Der Graph zeigt den vermessenen Laserstrahl vor dem optischen Resonator für die horizontale (tangentielle) sowie die vertikale (sagittale) Richtung. Messdaten sind in 6 aufgelistet. Durch den stark beengten Platz in der Stickstoffbox, waren Strahlwaist-Messungen über einen weiteren Bereich unmöglich

## 4.2 Cavity-Eigenschaften und Verdopplungseffizienz

Durch die verminderte Einkopplung in den Resonator reduziert sich auch die maximal erreichbare Verdopplungseffizienz. Deswegen liegt vermehrt das Augenmerk auf optimaler Resonatorjustierung. Ein Maß dafür, ist das spektrale Auflösungsvermögen einer Cavity, die sogenannte Finesse  $F$ :

$$F = \frac{\pi\sqrt{g}}{1-g} \quad (27)$$

Die theoretisch errechnete Finesse liegt bei  $F = 92.99$ , wenn dieselben Verlustmechanismen, die bereits in Kapitel 2.4 besprochen wurden, angenommen werden. Die Finesse lässt sich auch schreiben als Verhältnis zwischen dem Abstand der Hauptmoden  $\nu_{FSR}$ FSR: freier Spektralbereich (engl.: free spectral range) und der Modenbreite  $\nu_0$  (vgl. Abbildung 23). Aus dieser Messung ergibt sich der tatsächliche Wert der Finesse zu  $F = 90,38$ . Dies stimmt hervorragend mit dem theoretisch errechneten Wert überein. Die Abweichung beträgt weniger als 2,8%. Die Leistung der erzeugten Oberwelle bei 532nm ist in Abbildung 24 gezeigt. Die rote Linie ist der Fit einer Kurve zweiter Ordnung an die Messdaten. Dabei zeigen die Messdaten qualitativ gut die quadratische Abhängigkeit der Leistung der Oberwelle von der Pumpwelle (vgl. Gleichung 12). Die maximal erreichbare Effizienz ist das Verhältnis von Leistung der Oberwelle zu Pumpwelle und folgt idealerweise einem linearen Zusammenhang ( $P_b/P_r \propto P_r$ ). Sie liegt bei maximal 33,3% wie in Abbildung 25 gezeigt.

Im Spektrum des blauen Lichts sollten idealerweise keine Anteile anderer Frequenzen vorkommen. Besonders kritisch ist 980nm-Licht, da bei den erzeugten Molekülen darantische Verluste auftreten, wenn sie mit Licht dieser Wellenlänge beleuchtet werden. Mit einem optischen Spektrum Analysator wurde das Spektrum aufgezeichnet und selbst ohne Filter konnten keine Anteile der anderen verwendeten Wellenlängen bei 1064nm und 980nm nachgewiesen werden. Auch im Bereich um 355nm, was der Wellenlänge der Frequenzverdreifung entspricht, ist kein Licht detektierbar. Allerdings arbeitet der verwendete Spektrumanalysator nur bis knapp unterhalb dieser Wellenlänge. Eine Verbreiterung des Spektrums des 1064nm Lichts in der Verstärkerfaser durch nichtlineare Effekte würde sich auch im Spektrum des frequenzverdoppelten Lichtes durch Podeste neben der Zentralwellenlänge von 532,2nm bemerkbar machen. Abbildung 22 lässt sich dies jedoch nicht erkennen. Diese Beobachtung deckt sich mit einer Interferenzmessung zwischen Seed-Licht und verstärktem Licht. Dabei wurde ebenso keine Verbreiterung des verstärkten 1064nm Lichtes entdeckt. In Abbildung 22 wird das Spektrum des frequenzverdoppelten Lichts gezeigt. Die rote Linie ist ein Fit einer Gaußkurve an die gemessenen Werte. Die daraus entnommene Breite ist kleiner als das Auflösungsvermögen des Spektrumanalysators. Der Knick

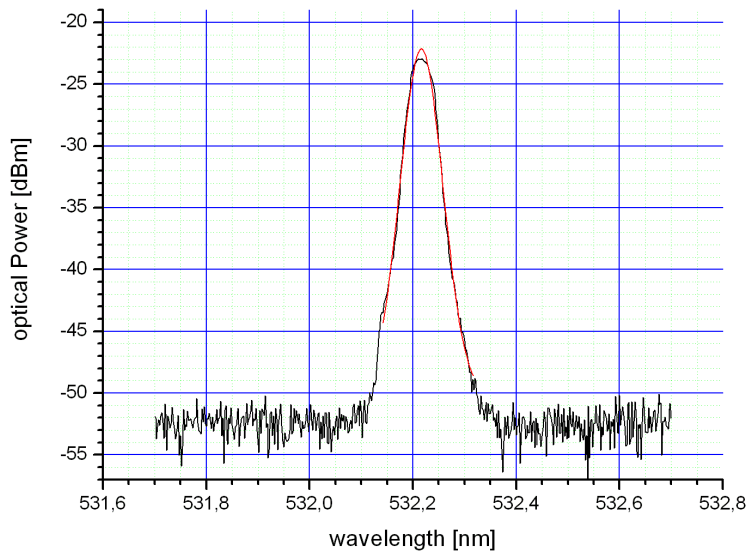


Abbildung 22: Spektrum der erzeugten Oberwelle bei 532nm. Der optische Spektrum Analysator wurde auf 0,05nm eingestellt, die Breite der Peaks entspricht dem eingestellten Auflösungsvermögen.

in der linken Flanke stammt daher, dass der Spektrumanalysator eine neue Messung über die Alte legt.

### 4.3 Verbesserungen

Um verbesserte Effizienz der Frequenzverdopplung zu erzielen, muss in erster Linie versucht werden mehr Pumplicht in den Resonator einzukoppeln. Die wichtigste Verbesserung betrifft die Modenanpassung. Das kann zum einem durch weitere Optimierung der Transmission durch die optische Diode geschehen. Ohne dem optischen Isolator würden etwa 10% mehr Licht auf den Resonator treffen, welches beim derzeitigen Aufbau durch die optische Diode verloren geht. Der Verzicht auf die optische Diode ist prinzipiell möglich. Allerdings müssten in diesem Fall zuerst Rückreflexe in den Faserverstärker untersucht werden, da diese diesen zerstören können. Ein verbessertes Teleskop, das auch den Gebrauch von Zylinderlinsen beinhaltet, kann ein weiterer Schritt zur Erhöhung der Leistung der Oberwelle sein. Aus Kosten- und Zeitgründen wurde jedoch auf den Einsatz von Zylinderlinsen und einem aufwändigen Teleskop verzichtet.

Die Firma Nufern bietet mittlerweile ein verbessertes Modell der Verstärkerfaser

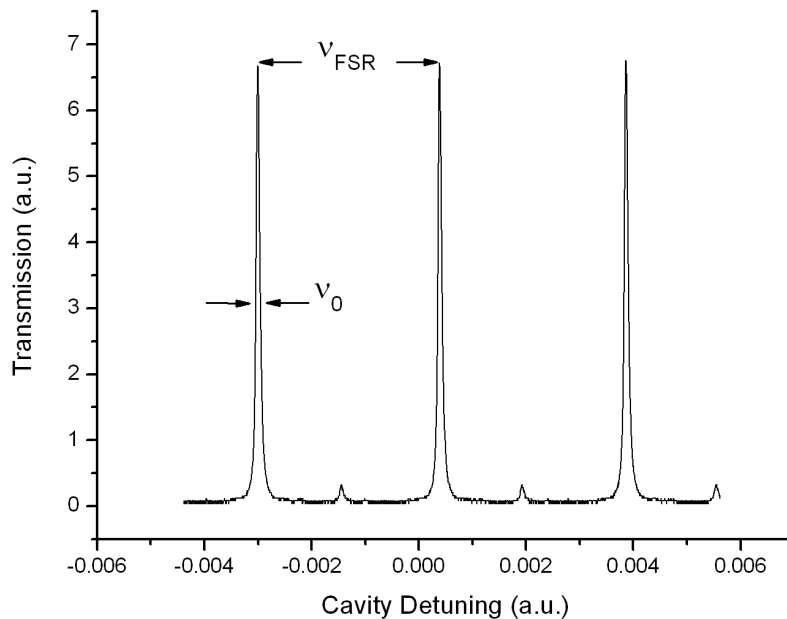


Abbildung 23: Vermessung der Cavity Resonanzen durch Durchstimmen der Resonatorlänge mittels Piezo.

mit gleichem Kern- und Manteldurchmesser an. Alterungseffekte in diesem neuen Modell sind laut Hersteller reduziert und die Absorption von Pumplicht erhöht, wodurch erhöhte Effizienz des Faserverstärkers möglich ist.

Verwendet man die Werte aus Tabelle 5 und 9, 2W Pumpleistung ohne Verluste bei der Einkopplung, ergibt sich ein theoretischer Wert für die maximal erreichbare Leistung der Oberwelle zu 7,73W. Durch die Einkoppelverluste reduziert sich dieser theoretische Wert auf 3,8W. Der gemessene Wert liegt bei  $3,0W \pm 0,1W$ . Dieses Resultat wurde mit einem thermischen Messkopf für Laserleistungen der Firma Coherent® vom Typ Lasermate gewonnen. Der Unterschied zwischen den beiden Werten ist vermutlich durch folgende Ursachen begründet:

- Der Strahlwaist ist nicht im Zentrum des Kristalls und besitzt nicht optimale Größe.
- Die Cavity-Einkopplung ist nicht perfekt.
- Temperaturschwankungen entlang des Kristalls reduzieren die Effizienz.
- Driften der Basislinie des Hänsch-Coullaud-Locks stabilisiert den Resonator nicht auf dem Maximum der erreichbaren Leistung der Oberwelle.

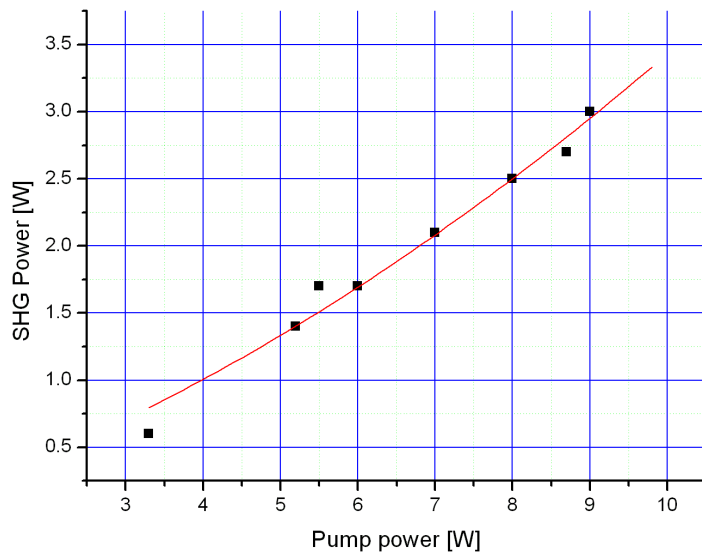


Abbildung 24: Leistung in der zweiten Oberwelle abhängig von der Pumpleistung.

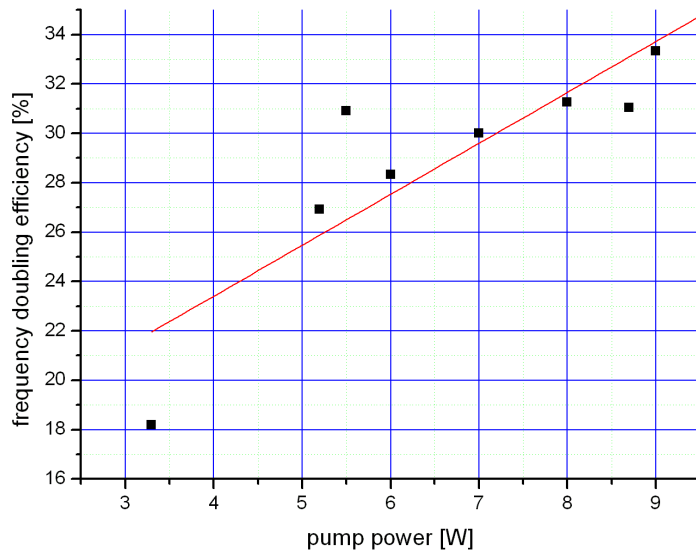


Abbildung 25: Effizienz der Frequenzverdopplung. Die Fit-Gerade ist dient als Führungshilfe für das Auge.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Die Aufgabe dieser Diplomarbeit war die Planung, der Aufbau und die Charakterisierung einer Frequenzverdopplung bei hohen optischen Leistungen. Sie dient als Laserlichtquelle für die Realisierung verschiedener optischer Dipolpotentiale, primär jedoch eines optischen Übergitters für Experimente mit dem  $^{133}\text{Cs}$  Isotop. Da das Grundgitter bereits vorhanden ist, mussten zunächst die Parameter für das Übergitter bestimmt werden. Daraus ergab sich, dass die Frequenzverdopplung 3W an optischer Leistung liefern soll. Um die benötigte Pumpleistung zu erzielen, kommt abermals ein Faserverstärker zum Einsatz, so wie es bereits bei der Realisierung des Grundgitters der Fall ist.

Die Frequenzverdopplung nutzt resonante Überhöhung von Licht in einem optischen Resonator aus, um über einen nichtlinearen Kristall in diesem Resonator Licht der halben Wellenlänge für das Übergitter zu erzeugen. Die Planung des Aufbaus befasst sich mit der Berechnung der optimalen Resonatorkonfiguration und der Wahl der Komponenten. Zudem wird das Resonatordesign erklärt und Lösungen für die zusätzlichen Probleme erarbeitet, die bei hohen Lichtleistungen und speziell bei diesem Aufbau auftreten. Anschließender Vergleich der Theorie mit den Messdaten weist gute Übereinstimmung auf. Allerdings liegt der Schwachpunkt des Aufbaus in der Modenanpassung. Es konnte keine zufriedenstellende Anpassung zwischen der vom optischen Isolator transmittierten Mode und der Resonatormode gefunden werden, weshalb die Einkoppleffizienz auf 50 – 60% beschränkt ist. Dennoch wurde das Ziel, 3W Leistung zu erhalten, erreicht. Zur Stabilisierung des Resonators wurde die Hänsch-Couillaud Technik angewendet.

Im Anhang A.1 sind einige Beispiele für die Realisierung der verschiedenen Potentialformen mit diesem frequenzverdoppelten Licht beschrieben. Diese Reichhaltigkeit bietet die Möglichkeit für neuartige Experimente in den Bereichen der Quanteninformation sowie zur Untersuchung von ultrakalten Quantengasen und Studium von Stoßprozessen und Reaktionen nahe dem absoluten Temperaturnullpunkt.

Die Hauptaufgabe des beschriebenen Aufbaus ist die Erzeugung des Übergitters. Dadurch lässt sich ein MI-Zustand mit erhöhter Anzahl doppelt besetzter Gitterplätze präparieren. Bisher lag die Grenze bei etwa 53% [Vol06]. Durch Einsatz des Übergitters sollte die Realisierung doppelt-besetzter Gitterplätze mit einer Effizienz von 70 – 80% [Tro08] möglich sein. Durch einen anschließenden STIRAP<sup>9</sup> Transfer werden die Moleküle in den rovibronischen Grundzustand befördert (siehe dazu bei-

---

<sup>9</sup>STImulated Raman Adiabatic Passage

spielsweise: [Dan08] und [Dan10]). Nach dem kontrollierten Ausschalten des Übergitters, so wird erwartet, ist die Phasenraumdicke groß genug, um ein BEC aus Grundzustandsmolekülen zu gewinnen. Dies wäre bislang die weltweit erste Realisierung eines BECs aus Grundzustands-Molekülen.

Eine weitere Richtung, die mit dem frequenzverdoppelten Licht eingeschlagen werden wird können, ist zum Beispiel die paarweise Kopplung zweier eindimensionaler Systeme [Hal10b]. Die zu erzeugenden Gittertöpfe sind längliche Tuben, die mit Hilfe des blauverstimmten Gitters sich jeweils koppeln lassen würden. Der Effekt der Modifikation des optischen Dipolpotentials eines rotverstimmten Lasers durch einen blauverstimmten Laser lässt auch auf viele andere Potentialformen anwenden.

# A Modellierung von optischen Dipolpotentialen

Um die Anforderungen an die Frequenzverdopplung zu kennen, muss bekannt sein, welche optische Leistung für das Experiment zur Verfügung stehen sollte. Deswegen werden in diesem Kapitel zunächst optische Dipolpotentiale erläutert, um darauf aufbauend optische Gitter zu beschreiben. Durch das zusätzliche blaue Licht, welches für das Superlattice benötigt wird, können eine Vielzahl weiterer und auch komplizierterer Potentiale erzeugt werden, mit denen zahlreiche neue Möglichkeiten der Anwendung geschaffen werden. Die Beschreibung einiger davon wird im letzten Abschnitt dieses Kapitels vorgenommen. Das bereits bestehende monochromatische optische Gitter verwendet Licht von 1064nm Wellenlänge und ist so gestaltet, dass die Cäsiumatome in ihm durch ein Potenzial der Tiefe von  $0E_{\text{rec}}$  bis etwa  $25E_{\text{rec}}$ <sup>10</sup> gefangen sind. Die Details zu diesem Laseraufbau und ein Überblick über BECs in monochromatischen optischen Gittern können in [Kop07] nachgelesen werden. Die andere Wellenlänge von 532nm soll mit dem Aufbau einer Hochleistungs-Frequenzverdopplung erzeugt werden.

In diesem Kapitel werden zunächst optische Dipolpotentiale erläutert. Durch das zusätzliche blaue Licht können eine Vielzahl weiterer komplizierterer Potentiale erzeugt werden, mit denen unzählige neue Möglichkeiten der Anwendung geschaffen werden. Die Beschreibung einiger davon wird im letzten Abschnitt dieses Kapitels vorgenommen.

## A.1 optisches Dipolpotential

Optische Dipolpotentiale basieren auf dem AC-Stark Effekt. Er beschreibt, wie das elektrische Feld eines Lasers die Energieniveaus eines Atoms oder Moleküls um einen gewissen Betrag verschiebt, abhängig von der Intensität des Laserstrahls. Besitzt die Laserintensität an einem Ort ein lokales Maximum oder Minimum, können dort, je nach Vorzeichen des AC-Stark-Shifts, Atome gefangen oder verdrängt werden (Details dazu siehe in [Gri00]). Der einfache Grundgedanke zu optischen Fallen ist, dass sich Atome durch den Laserstrahl polarisieren lassen. Der induzierte Dipol ( $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ ) des Atoms erfährt ein Potenzial ( $U_{\text{dip}}$ ) im Laserfeld  $\vec{E}$  ( $\alpha$  ist die komplexwertige

---

<sup>10</sup> $E_{\text{rec}}$  bezeichnet die sogenannte Recoilenergie, das ist wie folgt zu verstehen: Ein Photon der Wellenlänge  $\lambda$  besitzt die Energie  $\frac{h^2}{2m\lambda^2}$ . Die Gittertiefe wird in Einheiten dieser Energie angegeben. Der Name rührt daher, dass immer Vielfache dieser Energie bei einem Stoßprozess an das Atom übertragen werden.

Polarisierbarkeit):

$$U_{\text{dip}} = -1/2 \langle \vec{p} \vec{E} \rangle = -1/2 \langle (\Re\{\alpha\} \vec{E}) \vec{E} \rangle$$

Die Eigenschaften des elektrischen Felds definieren im Wesentlichen das Potential. Deshalb wird in den Abschnitten A.2, A.3 und A.5 darauf näher eingegangen. Unter Zuhilfenahme des Modells eines Zwei-Niveau-Atoms lässt sich die Polarisierbarkeit berechnen und  $U_{\text{dip}}$  wie folgt formulieren:

$$U_{\text{dip}} = \frac{-3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left( \frac{1}{\omega_0 - \omega} + \frac{1}{\omega_0 + \omega} \right) I(x, y, z) \quad (28)$$

Dabei wird folgende Bezeichnung verwendet:  $\omega_0$  ist die Kreisfrequenz des optischen Übergang des Atoms,  $\omega$  die Kreisfrequenz des eingestrahlten Lichtfelds,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $\Gamma$  ist die spontane Zerfallsrate des angeregten Zustands. Die folgende Gleichung 29

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi W(z)^2} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{W(z)^2}} \quad (29)$$

beschreibt die ortsabhängige Intensität des Laserstrahls und wird aus Ausdruck 30 gewonnen. Die relevanten Parameter sind in Gleichungen 30 angegeben<sup>11</sup>.

$$\vec{E}(x, y, z) = e_{\text{pol}} \left( \frac{2P}{\pi W(z)^2} \right)^{1/2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{W(z)^2}} e^{-i(kz + k\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - \zeta(z))} e^{i\omega t} \quad (30)$$

$$R(z) = z \left( 1 + \left( \frac{\pi W_0^2}{z\lambda} \right)^2 \right) \quad \text{Krümmungsradius} \quad (31)$$

$$W(z) = W_0 \left( 1 + \left( \frac{z\lambda}{\pi W_0^2} \right)^2 \right)^{1/2} \quad \text{Strahlwaist} \quad (32)$$

$$\zeta(z) = \arctan \left( \frac{z\lambda}{\pi W_0^2} \right) \quad \text{Guoyphase} \quad (33)$$

Im Falle eines rotverstimmtten Lasers ( $\omega < \omega_0$ ) ist das Potenzial attraktiv, folglich werden die Atome durch eine Kraft  $\vec{F}_{\text{Dip}} = -\nabla U_{\text{Dip}}$  zu Punkten maximaler Intensität des Laserstrahls gezogen. Ist das Licht blauverstimmt ( $\omega > \omega_0$ ), ändert sich das Vorzeichen von  $U_{\text{Dip}}$  und man erhält repulsives Potenzial, welches die Atome aus dem Laserstrahl drängt. Wie man an den beiden Gleichungen 28 und 36 erkennt, sind folgende Parameter wichtig, um das Dipolpotential festzulegen:

---

<sup>11</sup>Herleitung und Erklärungen zu Gauss'schen Strahlen findet man beispielsweise in [Sal07]

- Frequenz  $\omega_0$  des optischen Übergangs
- optische Leistung  $P$  des Laserstrahls
- Strahlgröße  $W_0$
- Frequenz  $\omega$  bzw. Wellenlänge  $\lambda$  des Laserstrahls

Cäsium besitzt im Bereich der verwendeten Wellenlängen von 532nm und 1064nm zahlreiche Spektrallinien. Allerdings sind nur die  $D_1$  (894.6nm) und die  $D_2$  (852.3nm) Linie <sup>12</sup> von Bedeutung. Die anderen besitzen eine deutlich kleinere Übergangsstärke (siehe [Ral10]). Deswegen kann man sich auf die beiden D-Linien beschränken, man muss sie aber noch mit den Faktoren für die Stärke des jeweiligen Übergangs gewichten. Für die  $D_2$  Linie beträgt dieser Faktor 2/3 und für die  $D_1$  Linie 1/3. Der Ausdruck in 28 muss deshalb erweitert werden zu:

$$U_{\text{Dip}} = \frac{-\pi c^2}{2} \left( \frac{1}{\omega_{D1}^3} \left( \frac{\Gamma_{D1}}{\omega_{D1} - \omega} + \frac{\Gamma_{D1}}{\omega_{D1} + \omega} \right) + \frac{1}{\omega_{D2}^3} \left( \frac{2\Gamma_{D2}}{\omega_{D2} - \omega} + \frac{2\Gamma_{D2}}{\omega_{D2} + \omega} \right) \right) I(x, y, z, \omega) \quad (34)$$

Es ist anzumerken, dass diese beiden Wellenlängen für das Supergitter drei Vorteile besitzen:

- Verfügbarkeit von schmalbandigen Lasersystemen mit ausreichender Leistung bei 1064nm
- Dipolpotentiale des blauen, sowie des roten Lasers sind in gleicher Größenordnung, da die Gitter-Wellenlängen beinahe symmetrisch um die beiden D-Linien angeordnet sind
- beide Gitterwellenlängen sind weit von atomaren Dipolübergängen entfernt, was Anregung der Atome unterdrückt

Wie schon erwähnt, ist die Form des Laserstrahls bedeutend und verlangt an dieser Stelle genauere Betrachtung, da sie maßgebend für die Form des erzeugten Potentials ist. Im vorliegenden Fall wird das Feld eines Gauß'schen Laserstrahls (Gleichung 30) betrachtet:

Es können nun einige Näherungen durchgeführt werden, um einen einfachen Ausdruck zu gewinnen, der eine gültige und dennoch einfache Potentialbeschreibung des

---

<sup>12</sup>Wellenlänge jeweils im Vakuum

Supergitters ermöglicht. Das Experiment erzeugt ein (BEC) mit etwa  $1,5 \cdot 10^5$  bis  $2 \cdot 10^5$  Cäsiumatomen. Nimmt man an, dass beim dreidimensionalen Einschluss<sup>13</sup> pro Gitterplatz ein Atom gefangen wird, dann erstreckt sich die Atomwolke im Gitter über etwa  $60 \times 60 \times 60$  Gitterplätze. Betrachtet man den Einschluss in zwei Richtungen, so erstreckt sich die Wolke auf cirka 3000 Gitterplätze, wie in [Hal10c] berichtet wird, da hier ein Gitterplatz eine sehr längliche Form aufweist und von vielen Atomen bevölkert wird. Betrachtet man in Ausdruck 30 den Term, welcher die Phase beschreibt:

$$\exp\left(-i(kz + k \cdot \frac{(x^2 + y^2)}{2R(z)} - \zeta(z))\right),$$

dann lässt sich zeigen, dass am Ort der Atome die beiden letzten Terme vernachlässigbar klein sind und der Anteil der ebenen Welle  $\exp(-ikz)$  übrig bleibt. Dieses Ergebnis gilt für den Fall, dass nicht mehr als 60 Gitterplätze in einer Richtung besetzt sind und der Strahlwaist größer als  $100\mu\text{m}$  ist, da  $z \ll z_0$  ist. Für ein Gitter mit  $532\text{nm}$  und  $100\mu\text{m}$  Waist beträgt  $z_0 \simeq 6\text{cm}$ . Setzt man willkürlich ein Koordinatensystem in das Zentrum der Atomwolke und betrachtet den Ort  $z = 32\mu\text{m}$ , was cirka 30 Gitterplätzen entspricht, ist das Verhältnis  $z/z_0 = 4,5 \cdot 10^{-4}$ . Diese Überlegung stimmt für beide Wellenlängen, für  $1064\text{nm}$  sowie auch  $532\text{nm}$ . Für das rote Gitter mit größerem Waist sind die Fehler durch diese Näherung allerdings geringer. Durch eine ähnliche Betrachtung lässt sich der Ausdruck des Strahlwaist  $W(z)$  in Gleichung 33 vereinfachen. Dieser ist über die Ausdehnung der Atomwolke in guter Näherung konstant, ergo  $W(z) \simeq W_0$ . Gleichung 30 lässt sich nun so ausdrücken:

$$\vec{E}(x, y, z) = e_{\text{pol}}^{\vec{r}} \left(\frac{2P}{\pi W_0^2}\right)^{1/2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{W_0^2}} e^{-ikz+i\omega t} \quad (35)$$

Die Potentialtiefe ändert sich orthogonal zur Strahlrichtung wesentlich stärker. Die Gauss'sche Glockenkurve, welche diese Abhängigkeit beschreibt, ist,  $32\mu\text{m}$  vom Strahlzentrum entfernt, auf etwa 81% abgefallen, wenn ein Strahl mit  $100\mu\text{m}$  angenommen wird. Für  $350\mu\text{m}$  Waist ist an diesem Punkt die Potentialtiefe 98% des Maximalwerts. Diese Betrachtung wird besonders in Anhang A.3 wichtig, da das verwendete blauverstimmt Licht bei gleicher Intensität ein um den Faktor  $-4.9385$  geringeres Potential erzeugt als der rote Laser und deshalb stärker fokussiert werden muss. Deswegen soll der Strahlwaist des blauen Lasers im Experiment  $150\mu\text{m}$  oder mehr betragen.

---

<sup>13</sup>Siehe Abbildung 26 und Abbildung 27

## A.2 Optische Gitter

Ein optisches Gitter wird durch eine stehende monochromatische Lichtwelle geschaffen. Elektrisches Feld und Intensität einer Stehwelle in  $z$ -Richtung sind in den Gleichungen 36 formuliert. Durch Vergleich der Intensität der Laufwelle aus Gleichung 29 wird die Besonderheit eines optischen Gitters erkennbar. Der Term  $\cos(2kz)$  beschreibt die periodische Modifikation der Intensität. Das bedeutet, dass der Laserstrahl und damit auch das Fallenpotential nicht mehr ein globales Extremum aufweisen, sondern dieses in viele lokale Extrema zerteilt wird (siehe auch Abbildung 27 obere Reihe). Ist der Laserstrahl rotverstimmt, sind diese Extrema Potentialminima, an denen Atome oder Moleküle gefangen werden können. Wie aus der Gleichung 36 für die Intensität hervorgeht, beträgt der Abstand benachbarter Gittertöpfe jeweils die halbe Laserwellenlänge.

$$\begin{aligned}
 E(x, \vec{y}, z) &= e_{\text{pol}} \left( \frac{2P}{\pi W_0^2} \right)^{1/2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{w_0^2}} (e^{-i(\omega t - kz)} + e^{-i(\omega t + kz)}) \\
 I(x, y, z) &= \frac{2P}{\pi W_0^2} e^{-2\frac{(x^2+y^2)}{w_0^2}} \cos(2kz)
 \end{aligned} \tag{36}$$

Durch Kombination verschiedener periodischer Potentiale lassen sich unterschiedliche optische Gitter erzeugen. Die im Experiment bereits implementierten Strahlkonfigurationen sind in Abbildung 26 gezeigt und die zugehörigen Dipolpotentiale in Abbildung 27 dargestellt. Wie illustriert, lässt sich durch rechtwinklige Anordnung der Gitterstrahlen ein kubisches Gitter realisieren. Ändert man den Winkel zwischen diesen, sind auch andere Bravaisgitter konstruierbar. Für das gezeigte rote Gitter wurde die Polarisation der Gitterstrahlen so gewählt, dass sie jeweils senkrecht zueinander stehen und damit Interferenz zwischen Gitterstrahlen unterschiedlicher Richtung verhindert wird. Das resultierende Potenzial lässt sich deshalb einfach durch Überlagerung dreier voneinander unabhängiger Gitter zusammensetzen.

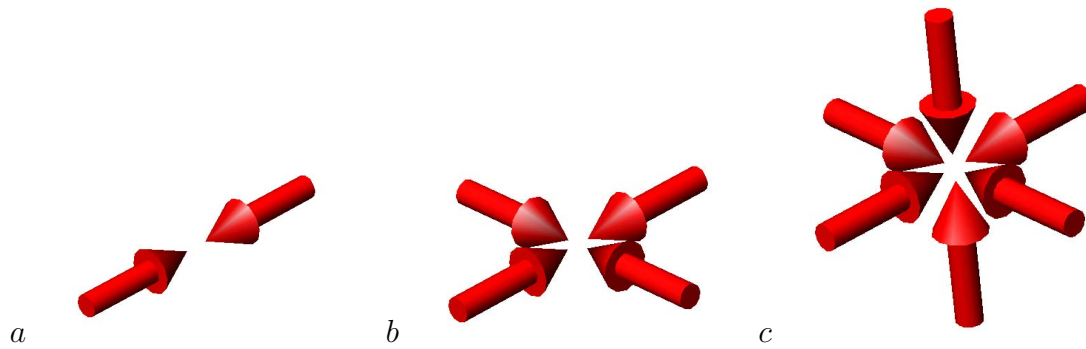


Abbildung 26: Darstellung der Laserstrahlkonfiguration für ein optisches Gitter, das Teilchen entlang einer Dimension (*a*), entlang zwei Dimensionen (*b*) und in allen Raumrichtungen (*c*) einsperrt.

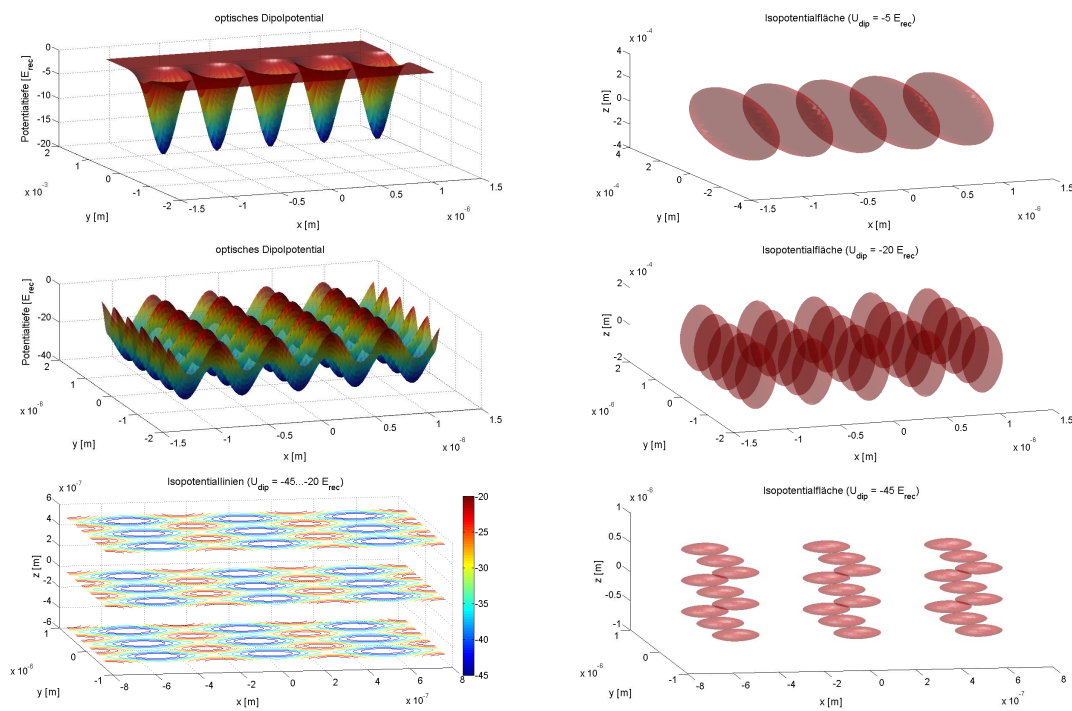


Abbildung 27: Darstellung der Form der optischen Dipolpotentiale für die in Abbildung 26 dargestellten Strahlkonfigurationen. Erste Zeile entspricht dem ersten Fall *a*, zweite Zeile *b* und die letzte Zeile *c*. Für die Abbildungen wurden folgende Laserparameter gewählt: Wellenlänge  $\lambda = 1064\text{nm}$ , Strahlwaist  $W_0 = 0,35\text{mm}$  und Laserleistung  $P = 200\text{mW}$ .

### A.3 Kombination von optischen Gittern verschiedener Wellenlänge

Die im vorigen Abschnitt beschriebene Situation soll nun, durch Hinzufügen eines weiteren Lasers mit halber Wellenlänge, erweitert werden, um dadurch ein Superlattice zu realisieren. Wie in [SS06] dargelegt ist, kann ein Superlattice auch aus Licht einer einzigen Wellenlänge gewonnen werden mittels verschiedener Polarisations-einstellungen, allerdings in zwei Dimensionen. Dieser Weg zur Realisierung eines Superlattices in drei Dimensionen steht nicht offen. Um einen Vergleich mit dieser Methode anzustellen werden im folgenden Abschnitt die beiden Fälle diskutiert, wenn kollineare Gitterlaserstrahlen verschiedener Wellenlänge parallel oder orthogonal zueinander polarisiert sind. Dazu wird der Fall konstruiert, dass zu einem roten Gitter aus drei Laserstrahlen (siehe Abbildungen 26c, Abbildung 27 letzte Zeile) ein weiterer blauer Laserstrahl kollinear mit dem in x-Richtung laufenden Gitterlaserstrahl hinzugefügt wird. Der Fall von blauen Gitterlasern in allen drei Richtungen folgt analog aus diesem einfachsten Fall. Zur Beschreibung des Laserfelds wird Gleichung 36 herangezogen, wobei ohne Einschränkung der Gültigkeit alle Strahlen gleiche Leistung  $P$  und denselben Strahlwaist  $W_0$  aufweisen. Somit kann die folgende Diskussion auf die relevante Phase beschränkt werden.

#### A.3.1 parallele Polarisation von rotem und blauem Laser

Das elektrische Feld der vier Gitterstrahlen ist im folgenden Ausdruck dargestellt. Der Vollständigkeit wegen wird noch  $A$  für die Amplitude verwendet wird:

$$A_x \vec{e}_y e^{-i\omega_r t} \cos(k_r x) + A_y \vec{e}_z e^{-i\omega_r t} \cos(k_r y) + \\ + A_z \vec{e}_x e^{-i\omega_r t} \cos(k_r z) + A_x \vec{e}_y e^{-i\omega_b t} \cos(k_b x)$$

Daraus ergibt sich die Intensitätsverteilung, die sich unter außer Acht lassen der Amplitude wie folgt schreiben lässt:

$$\cos(k_r x)^2 + \cos(k_r y)^2 + \cos(k_r z)^2 + \cos(k_b x)^2 + \\ + 2 \cos((\omega_r - \omega_b)t) (\cos((k_r + k_b)x) + \cos((k_r - k_b)x))$$

Der letzte Term beinhaltet eine schnelle Oszillation mit der Differenzfrequenz  $\omega_r - \omega_b$ . Da wegen der Frequenzverdopplung gilt  $2\omega_r = \omega_b$ , kann das Atom dem Potenzial, das dieser Term beschreibt, nicht folgen. Nach zeitlicher Mittelung bleiben also nur die ersten vier Terme über. Das heißt, dass sich das effektive resultierende Potential aus den vier Laserstrahlen unabhängig voneinander ergibt.

### A.3.2 orthogonale Polarisation von rotem und blauem Laser

Dieser Fall ist ähnlich dem oben beschriebenen. Allerdings sollte nun der blaue Laser ein Feld mit orthogonaler Polarisation besitzen:

$$A_x \vec{e}_z e^{-i\omega_b t} \cos(k_b x)$$

Wenn man abermals gleiche Amplitude aller Terme annimmt und deshalb die Betrachtung auf die Phasenterme beschränkt werden kann, zeigt sich, dass sich die Intensität aus folgenden Termen zusammensetzt:

$$\begin{aligned} & \cos(k_r x)^2 + \cos(k_r y)^2 + \cos(k_r z)^2 + \cos(k_b x)^2 + \\ & + 2 \cos((\omega_r - \omega_b)t) \cos(k_r y) \cos(k_b x) \end{aligned}$$

Wiederum gilt, dass der letzte Term, der Interferenzterm eine für die Atome zu schnelle Oszillation des Potentials darstellt, dem sie nicht folgen können. Auch für diesen Fall setzt sich das resultierende Potential aus vier unabhängigen Gittern zusammen.

Diese Betrachtung lässt sich auch auf ein Superlattice in allen drei Richtungen anwenden, wenn die Laserstrahlen einer Farbe jeweils orthogonale Polarisation zueinander besitzen. Ist dies nicht der Fall, dann treten Interferenzeffekte auf, zwischen Gitterstrahlen gleicher Farbe und gleicher Polarisation, die das Potential verändern. Dieser Fall kann aus der Veröffentlichung [SS06] abgeleitet werden. Darauf wird hier aber nicht näher eingegangen, da das Superlattice in unserem Fall aus unabhängigen Einzelgittern aufgebaut werden sollte. Dadurch ist der Vorteil gegeben, das Fallenpotential in jeder Richtung durch die Laserintensität individuell zu manipulieren. Ebenso bietet sich die Möglichkeit die Phase zwischen blauem und rotem Gitter zu variieren (siehe Anhang A.5)

## A.4 Abschätzung der benötigten Laserleistung

Nun kann eine Abschätzung für die benötigte Leistung des blauen Lasers getroffen werden. Es wurde gezeigt, dass rotes und blaues Gitter unabhängig voneinander existieren, jedoch seien zwei Punkte betont. Der blaue Laserstrahl ist bei gegebenem Strahlwaist  $W_0$  verglichen mit einem roten Gitterstrahl mit gleichem Strahlwaist weniger divergent. Das Verhältnis der beiden Potentiale soll über die Ausdehnung der Atomwolke jedoch gleich bleiben. Weiters ist das blaue Licht etwas weiter von

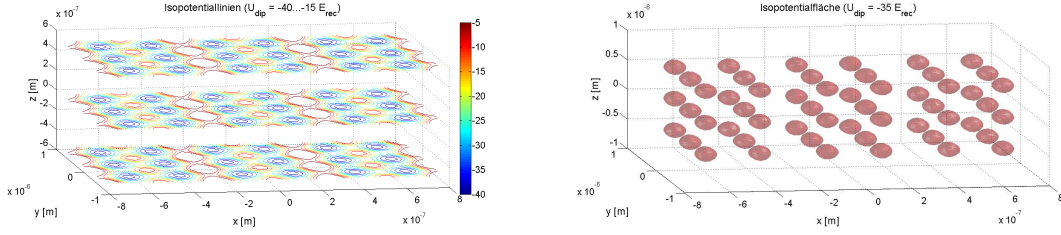


Abbildung 28: Rotes Gitter entlang allen Raumrichtungen und zusätzlich blaues Gitter entlang der x-Richtung spalten die in Abbildung 27 gezeigten Potentialtöpfe auf. Die Parameter sind  $P_r = 0,2W$ ,  $P_b = 0,3W$  und  $W_{0,r} = 350\mu m$  bzw.  $W_{0,b} = 150\mu m$ .

der D-Linie verstimmt. Der Betrag des Potentials für das blaue Gitter ist etwas kleiner, der Laser für das blaue Gitter muss deshalb für dieselbe Amplitude der Gittertiefe wie das rote Gitter mehr Leistung zur Verfügung stellen. Die Reduktion des Strahlwaists  $W_0$  des blauen Gitterlaserstrahls schafft beides zu lösen. Mittels der Betrachtung aus dem vorangegangenen Abschnitt A.2 wurde die Abschätzung getroffen, dass dieser Strahlwaist  $150\mu m$  betragen sollte. Die Leistung des blauen Laserstrahls sollte  $\sim 2/3W$  am Ort der Atomwolke erreichen können, um ein ausreichend tiefes Superlattice zu ermöglichen. Zur Illustration wird in Abbildung 28 ein rotes Gitter in allen drei Raumdimensionen mit einem zusätzlichen blauen Gitter in der x-Richtung dargestellt.

## A.5 Potentialanpassung

Durch die Verwendung von zwei verschiedenen Wellenlängen werden zusätzliche Parameter eingeführt, die mit einem einzigen Gitterlaser nicht vorhanden sind. Zwar ist dadurch erhöhte Kontrolle erforderlich, man ist aber damit auch in der Lage Potentiale *maßzuschneidern*. Auf die Polarisation, als einer dieser Parameter, wurde bereits im vorangegangenen Abschnitt A.3 eingegangen. Weitere Variationsparameter sind Waistverhältnis (siehe Abschnitt A.1) der beiden Laserstrahlen und die Phase, die die Strahlen einer Richtung zueinander haben.

### A.5.1 Gitterpotentialvariation mittels Gitter-Phase

In den vorangegangenen Betrachtungen wurde die Phasenbeziehung zwischen rotem und blauem Gitter nicht betrachtet. Der Cosinus-Ausdruck in Gleichung 36 sollte deshalb mit der Phase  $\phi$  erweitert werden zu  $\cos(kz + \phi)$ . Setzt man diese für das rote Gitter gleich 0 und variiert sie für das Blaue, dann erhält man ein sogenanntes

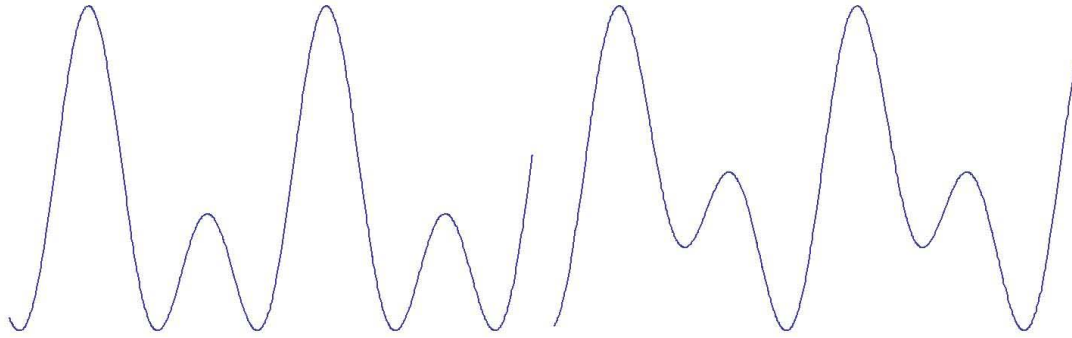


Abbildung 29: Skizze der Gittermodifikation, wenn man das blaue Gitter um eine bestimmte Phase relativ zum roten Gitter verschiebt. Links ist das Superlattice ohne Phase gezeigt, rechts ist das blaue Gitter um eine willkürlich gewählte Phase verschoben.

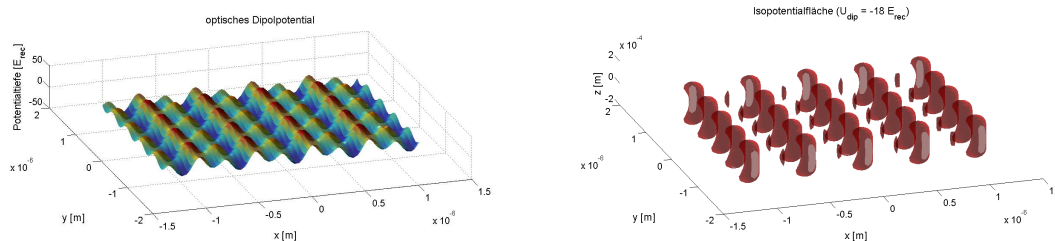


Abbildung 30: Darstellung einer möglichen Einstellung der Phase für ein Superlattice in einer Dimension und ein zusätzliches rotes Gitter in einer Weiteren.

"Gekipptes Gitter". Dies wird in Abbildung 29 schematisch dargestellt. Betrachtet man wiederum den Fall von oben, nämlich ein Superlattice in einer Dimension und ein rotes Gitter in einer Weiteren, dann sieht eine mögliche Einstellung für das Experiment wie in der Abbildung 30 aus. Dafür wurde, um die optische Leistung des blauen Lasers niedrig zu halten, der Waist  $150\mu\text{m}$  groß gewählt. Die Leistung des blauen Laser beträgt hier  $0,3\text{W}$ , die des roten Lasers  $0,2\text{W}$  und sein Waist  $350\mu\text{m}$ .

### A.5.2 Potentialvariation mittels Strahlgröße

Bisher wurde in den Ausführungen argumentiert, dass der Strahlwaist des blauen Gitterlasers so beschaffen sein sollte, um mit geringer Laserleistung ein Potential zu erzeugen, das eine ähnliche Einhüllende wie das rote Gitter besitzt. Dies liegt darin begründet, dass das Verhältnis zwischen den lokalen Potentialminima und -maxima über die Ausdehnung der Atomwolke nicht schwanken sollte. In diesem Abschnitt wird der Versuch unternommen, aus dem  $1064\text{nm}$  und dem  $532\text{nm}$  Laser ein Potential zu modellieren, welches in einem möglichst großen Bereich konstant ist. Dieses Potential sollte die Speicherung eines BECs mit homogener Dichteverteilung ermög-

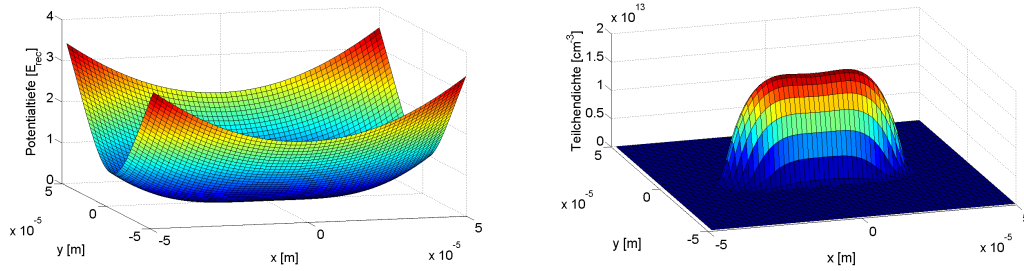


Abbildung 31: Konfiguration von drei Strahlen. Ein 1064nm Strahl mit 1mW und  $45\mu\text{m}$  Waist entlang der x-Richtung, ein weiterer Strahl gleicher Wellenlänge in z-Richtung mit 50mW und  $120\mu\text{m}$  Strahltaile und ein weiterer 532nm Strahl, ebenso in z-Richtung, mit  $60\mu\text{m}$  und 16mW. Das Bild links zeigt das optische Dipolpotential am Ort  $z = 0$ . Rechts ist der Grundzustand eines BECs in diesem Potential dargestellt. Man erkennt die sehr homogene Dichte entlang der x-Richtung.

lichen. Man sieht in Abbildung 31, dass dies durch geeignete Wahl der Parameter, wie sie in der Bildunterschrift gegeben sind, erreicht werden<sup>14</sup>.

---

<sup>14</sup>Mit freundlicher Genehmigung von Mag. Ing. Manfred Mark, der dieses Material zur Verfügung stellt.

## B Hochleistungs Faserverstärker

Der Ausgangspunkt des continuous-wave Lasersystems für das rote Gitter bildet ein 1064nm Laser der Firma *Innolight* mit dem Produktnamen *Mephisto* mit 2W maximaler Ausgangsleistung. Dieses Licht wird durch ein Faserverstärker-Lasersystem auf 10W verstärkt, um genügend Licht für diverse Aufgaben für das Experiment wie das rote Gitter zur Verfügung zu haben. Die Grundlage dazu stammt aus [Lie03]. Das daraus adaptierte und hier verwendete Faserverstärkersystem ist in [Ler10] beschrieben. Ein weiteres Faserverstärker-Setup musste für diese Diplomarbeit aufgebaut werden, da das Bestehende bereits ausgelastet ist. Die Abbildung 32 zeigt eine Skizze des neuen Aufbaus. Die Bezeichnungen dazu sind in Tabelle 7 zusammengefasst.

L	Linse
PBS	Polarisationsstrahlteiler
M	Spiegel
PD-S, PD-O	Photodioden
M-f	Spiegel-Kantenfilter
BD	Strahlblock
$\lambda/2$	Halbwellen-Verzögerungsplättchen

Tabelle 7: Verwendete Abkürzungen der Komponenten für den optischen Aufbau des Faserverstärkers

Zum Einsatz im Faserverstärker kommt ein Produkt der Firma *Nufern*. Es handelt sich um den Faser-Typ **PLMA-YDF-20/400**. Dabei handelt es sich um eine doppelummantelte (*dual clad*) Glasfaser. Der Faserkern weist einen Durchmesser von 20 $\mu\text{m}$ , die innere Hülle 400 $\mu\text{m}$  auf. Der Kern transportiert das sogenannte Seed-Licht, die innere Hülle das Pumplicht. Als Pumplaser wird ein fasergekoppeltes Diodenlasermodell der Firma *DILAS Diodenlaser Ges.m.b.H.* mit der Bezeichnung M1F4S22-980.10-100C-H139B verwendet, welches bis zu 75W optische Leistung bei 980nm erzeugt. Die Glasfaser ist mit Ytterbium-Ionen im Kern dotiert, welche für die Laserverstärkung verantwortlich sind. Die Faser ist so gebaut, dass sie möglichst effizient die Pumpleistung absorbiert und die Ionen angeregt werden. Der Seed-Laser wird schließlich durch induzierte Emission der angeregten Ionen verstärkt. Die Glasfaserenden sind etwa 8° schräg abgeschnitten, um Reflexe, und damit eine Stehwelle in der Faser, zu vermeiden. Das Faserende wird an der Pumpseite von zwei Glas-halbschalen festgehalten, das andere Ende sitzt in zwei Aluminiumhalbschalen. Dies

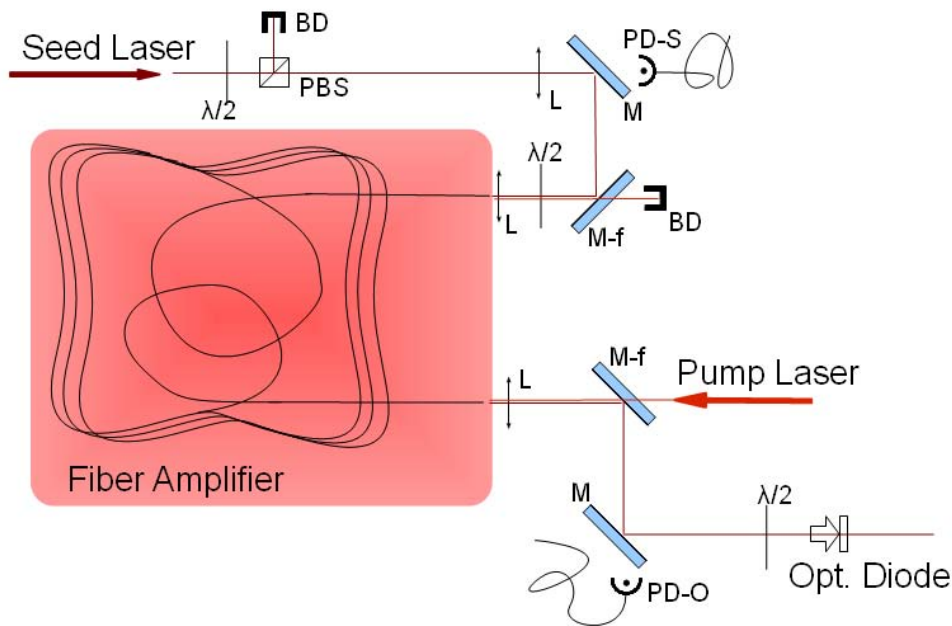


Abbildung 32: Skizze des Hochleistungs-Faserverstärkerbaus.

bietet die Möglichkeit zur Entnahme der Glasfaserenden um sie im Falle einer Zerstörung wiederherstellen zu können. So kann auch Staub durch Nachpolieren leicht entfernt werden. Die beiden Spiegel  $M - f$  sind sogenannte Kantenfilter der Firma *Layertec*. Sie sind hochreflektierend für 1064nm und transmittierend für 980nm. Zusätzlich wird eine eigens angefertigte Regelelektronik für den Faserverstärker, die Pumpdiode mit eingeschlossen, verwendet. Dies dient dazu, um Zerstörung einer der Komponenten zu verhindern. Die folgende Auflistung zeigt die Fehler und die damit verbundenen Schäden an, welche durch diese Überwachungsschaltung verhindert werden soll.

**Reduktion Seedlicht:** Durch unzureichende Versorgung der Faser mit Seedlicht, ist kein effizienter Prozess vorhanden, um die Pumpleistung aus der Faser zu befördern. Zerstörung der Glasfaser ist die Folge. Die Photodiode **PD-S** detektiert die zur Verfügung stehende Menge Seedlicht.

**Pulse/ Oszillationen der Ausgangsleistung:** Unter bestimmten Bedingungen (Rauschen des Pumplichts, Streuprozesse, etc.), kann der Fall auftreten, dass das Ausgangssignal gepulst ist. Diese Pulse können die Faser ebenso zerstören. Eine geeignete Möglichkeit um dieses Verhalten zu detektieren ist das differenzierte Photodiodensignal von **PD-O** zu messen.



bildung 34 ist die optische Ausgangsleistung des Faserverstärkers abhängig vom Pumpstrom dargestellt. Die Seedleistung für diese Messung beträgt etwa 660mW. Die Kalibration für den Zusammenhang zwischen Photodiodensignal und Faserverstärker-Ausgangsleistung ist in Abbildung 35 gezeigt, wiederum für 660mW Seedleistung. Der lineare Zusammenhang zwischen optischer Leistung  $P(W)$  des Faserverstärkers und dem Photodiodensignal  $S(V)$  ergibt sich wie folgt:

Parameter	Wert	Unsicherheit
A	0,49715W	0,452W
B	1,879W/V	0,056W/V

$$P(W) = A + B \cdot S(V) \quad (37)$$

Es wurde festgestellt, dass die maximal erreichbare Leistung und Stabilität des Faserverstärkers von zwei Bedingungen abhängt. Das sind zum einen Temperatureinflüsse und zum anderen die eingekoppelte Leistung des Seedlasers. Schwankt die Temperatur oder die Seedleistung, kann dies zum Auftreten von Pulsen der Ausgangsleistung und weiters zur Not-Abschaltung des Lasers führen. Die genaue Ursache dafür wurde nicht näher eruiert. Vermutet wird jedoch, dass Inhomogenitäten der Temperatur, wie auch der Pumpleistung entlang der Faser zu nichtlinearen Prozessen, wie etwa Brillouin-Streuung führen. Andere nichtlineare Prozesse, wie sie für faserbasierte Frequenzkämme ausgenutzt werden, können zudem das Spektrum verbreitern. Um dies zu überprüfen, wurde ein Teil des Seedlichtes mit einem Teil des verstärkten Lichtes nach dem optischen Isolator überlagert und mit Hilfe einer Photodiode die Interferenz untersucht. Bei dieser Messung wurden keine zusätzlichen Frequenzkomponenten des verstärkten Lichtes entdeckt. Bis etwa 700Hz ist ein um 10dB erhöhtes Signallevel zu erkennen. Die Ursache dafür ist in der noch fehlenden Vibrationsdämpfung zu suchen. Die Messung ergab keine weiteren Komponenten bis 23MHz, bei dieser Frequenz schwingt die Photodiode auf.

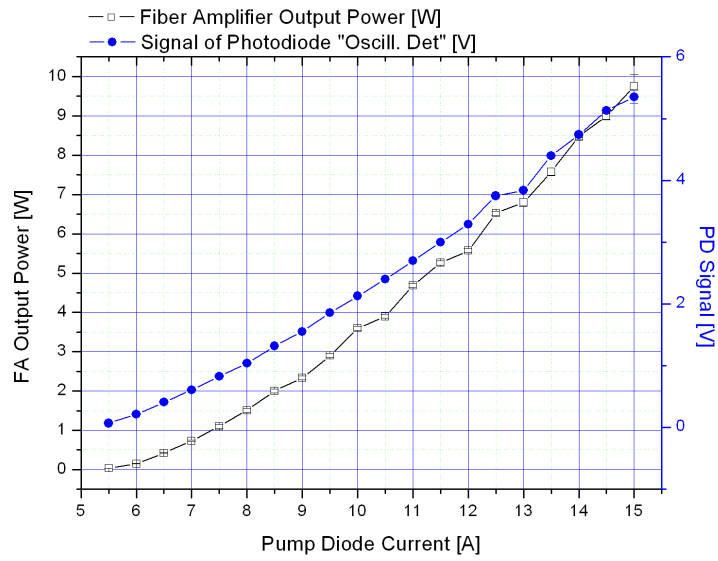


Abbildung 34: Leistung des Faserverstärkersystems gemessen nach der optischen Diode (vgl. Abbildung 32).

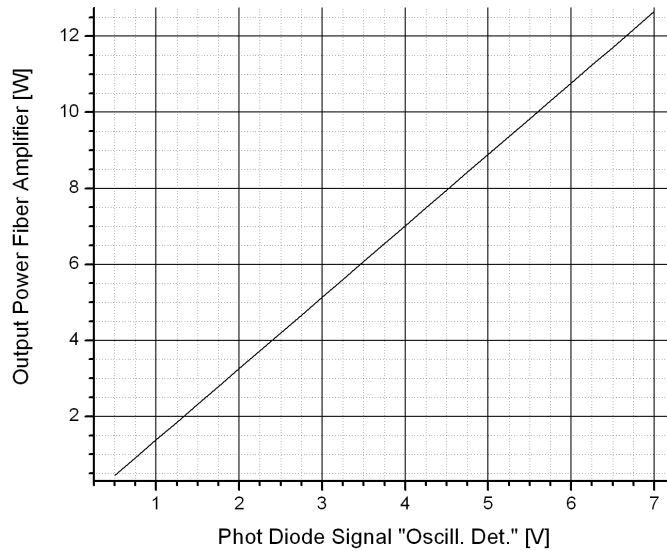


Abbildung 35: Kalibration der Photodiode *PD Osc. Det.* um ohne Powermeter die Ausgangsleistung des Verstärkers überprüfen zu können.

## C Danksagung

A. de Mello schrieb in einem Buch sinngemäß: „Warum fordert ihr, was ihr durch bitten auch erhalten könnt?“ Allzu oft gibt es aber Situationen, die auch ohne Bitten ein aufrichtiges **Danke** erfordern. Auch für diese Arbeit bedurfte es der Unterstützung vieler Menschen und es ist mir ein Anliegen, ihnen allen an dieser Stelle Dank zu sagen.

Zuerst möchte ich mich bei meinem Betreuer Prof. Hanns-Christoph Nägerl bedanken, der mir dieses großartige Projekt am CsIII-Experiment angeboten hat. Seine Tür stand für mich jederzeit für alle Arten von Problemen und Fragen offen und er ermöglichte mir zudem den Besuch von Konferenzen und einer Sommerschule. Auch will ich mich bei unserem Chef der Gruppe, Prof. Rudolf Grimm, bedanken.

Danke auch dem CsIII-Team. Russel, der sich immer wieder Zeit für lehrreiche Diskussionen nahm, Elmar, der mir neben vielen Dingen auch unschätzbare Wissen für den Faserverstärker vermittelte, Hans, der mir speziell zu Beginn mit viel Rat und Tat zur Seite stand. Aber auch dem Elektronikexperten Manfred, der immer Zeit fand, mir bei elektronischen Problemen zu helfen und mir diesbezüglich ein wunderbarer Lehrer war. Auch den Diplomanden Oliver und Andreas sowie Mohamed, die im Labor immer eine moralische und freundliche Stütze sind, möchte ich meinen Dank aussprechen. Ebenso möchte ich mich beim RbCs-Team, besonders bei Markus und Tetsu, bedanken. Ein „Danke schön“ möchte ich auch an Daniel und Piet richten, die mir wertvolle Unterlagen und Wissen für diese Arbeit zukommen ließen.

Dank gilt auch meinen Bürokollegen, Martin, Bo Huang und Charly. Ebenso danke ich Sabine, Christine, Ingeborg und Karin, die in den Sekretariatbüros bei vielerlei Dingen freundliche Helfer sind, sowie auch den Mitarbeitern der Mechanik- und Elektronikwerkstatt.

Ein Dank gebührt auch meinen Studienkollegen und Freunden. Ein mehr als teurer Freund und Studienkollege ist Raffael. Danke für Deine Unterstützung und die großartige Zeit, die wir bisher hatten und hoffentlich noch haben werden.

Natürlich will ich mich bei meiner Freundin Iris bedanken, die immer für mich da ist. Mein Dank geht auch an die Familie meiner Patin: Brigitte, Peter, Michael, Verena und Christina, die jederzeit für rasche Hilfe und Unterstützung vor Ort ist. Mein ganzes Studium wäre ohne die Unterstützung meiner Familie nicht möglich gewesen. Ich möchte besonders meinen Geschwistern Johannes, Matthias, Raffael und Lioba

danken und mehr noch meinen Eltern. Sie haben mir nicht nur finanziell das Studium ermöglicht sondern mir so viel mehr gegeben, dass es wohl immer unerwähnt bleiben wird, wofür ich ihnen aber überaus dankbar bin.

**Danke Euch allen, die mir bei dieser Arbeit zur Seite gestanden haben!**

## Literatur

- [And58] P. W. Anderson, *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices*, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
- [Bil08] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, and A. Aspect, *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder*, Nature **453**, 891 (2008).
- [Boy68] G. D. Boyd and D. A. Kleinman, *Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams*, J. Appl. Phys. **39**, 3597 (1968).
- [Chi10] C. Chin, R. Grimm, P. S. Julienne, and E. Tiesinga, *Feshbach resonances in ultracold gases*, Rev. Mod. Phys. **82**, 1225 (2010).
- [Dal99] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [Dan08] J. G. Danzl, E. Haller, M. Gustavsson, M. J. Mark, R. Hart, N. Bouloufa, O. Dulieu, H. Ritsch, and H.-C. Nägerl, *Quantum Gas of Deeply Bound Ground State Molecules*, Science **321**, 1062 (2008).
- [Dan10] J. G. Danzl, M. J. Mark, E. Haller, M. Gustavsson, R. Hart, J. Aldegunde, J. M. Hutson, and H.-C. Nägerl, *An ultracold high-density sample of rovibronic ground-state molecules in an optical lattice*, Nature Phys. **6**, 265 (2010).
- [FCC10] I. Fujian Castech Crystals, *Datasheet of LBO crystal*, available online (2010), datasheet of LBO crystal for SHG, [www.castech.com](http://www.castech.com).
- [Fre01] T. Freearde and C. Zimmermann, *On the design of enhancement cavities for second harmonic generation*, Optics Communications **199**, 435 (2001).
- [Gra10] C. D. Grandi, V. Gritsev, and A. Polkovnikov, *Quench dynamics near a quantum critical point: Application to the sine-Gordon model*, Phys. Rev. B **81**, 224301 (2010).
- [Gre02] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature **415**, 39 (2002).
- [Gri00] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000).

- [Hal10a] E. Haller, R. Hart, M. J. Mark, J. G. Danzl, L. Reichsöllner, and H.-C. Nägerl, *Inducing Transport in a Dissipation-Free Lattice with Super Bloch Oscillations*, Phys. Rev. Lett. **104**, 200403 (2010).
- [Hal10b] E. Haller, R. Hart, M. J. Mark, J. Danzl, L. Reichsöllner, M. Gustavsson, M. Dalmonte, G. Pupillo, and H.-C. Nägerl, *Pinning quantum phase transition for a Luttinger liquid of strongly interacting bosons*, Nature **466**, 597 (2010).
- [Hal10c] E. Haller, M. J. Mark, R. Hart, J. G. Danzl, L. Reichsöllner, V. Melezhik, P. Schmelcher, and H.-C. Nägerl, *Confinement-Induced Resonances in Low-Dimensional Quantum Systems*, Phys. Rev. Lett. **104**, 153203 (2010).
- [He99] G. S. He and S. H. Liu, *Physics of nonlinear optics*, World Scientific Publishing, 1999.
- [Hän80] T. Hänsch and B. Couillaud, *Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity*, Optics Communications **35**, 441 (1980).
- [Jak98] D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, *Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3108 (1998).
- [Joc04] S. Jochim, *Bose-Einstein Condensation of Molecules*, Ph.D. thesis, Innsbruck University (2004).
- [Jör08] R. Jörderns, N. Strohmaier, K. Günter, H. Moritz, and T. Esslinger, *A Mott insulator of fermionic atoms in an optical lattice*, Nature **455**, 204 (2008).
- [Kop07] G. R. Kopeinig, *A Tunable Bose-Einstein Condensate in a Threedimensional Optical Lattice Potential*, Master's thesis, Innsbruck University (2007).
- [Ler10] A. D. Lercher, *Doppel-Spezies Bose-Einstein-Kondensat von Rubidium und Cäsium Atomen in räumlich getrennten optischen Fallen*, Ph.D. thesis, Innsbruck University (2010).
- [Lie03] A. Liem, J. Limpert, H. Zellmer, and A. Tünnermann, *100-W single-frequency master-oscillator fiber power amplifier*, Opt. Lett. **28**, 1537 (2003).
- [Ral10] Y. Ralchenko, A. E. Kramida, J. Reader, and N. A. Team, *NIST Atomic Spectra Database (ver. 4.0.1)*, [Online]., available online (2010), national Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD., <http://physics.nist.gov/asd>.

- [Roa08] G. Roati, C. D’Errico, L. Fallani, C. F. M. Fattori, M. Zaccanti, G. Modugno, and M. I. M. Modugno, *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate*, *Nature* **453**, 895 (2008).
- [Sal07] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, Wiley-Interscience, New Jersey, 2007, 2nd ed.
- [Sch08] U. Schneider, L. Hackermüller, S. Will, T. Best, I. Bloch, T. A. Costi, R. W. Helmes, D. Rasch, and A. Rosch, *Metallic and Insulating Phases of Repulsively Interacting Fermions in a 3D Optical Lattice*, *Science* **322**, 1520 (2008).
- [Sie86] A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, 1986.
- [Smi09] A. V. Smith, *SNLO, Code for nonlinear optics*, available online (2009), <http://www.as-photonics.com/SNLO>.
- [SS06] J. Sebby-Strabley, M. Anderlini, P. S. Jessen, and J. V. Porto, *Lattice of double wells for manipulating pairs of cold atoms*, *Phys. Rev. A* **73**, 033605 (2006).
- [Tie10] U. Tietze, C. Schenk, and E. Gamm, *Halbleiter - Schaltungstechnik*, Springer, 2010.
- [Tro08] S. Trotzky, Cheinet, S. Fölling, M. Feld, U. Schnorrberger, A. M. Re, A. Polkovnikov, E. A. Demler, M. D. Lukin, and I. Bloch, *Time-Resolved Observation and Control of Superexchange Interactions with Ultracold Atoms in Optical Lattices*, *Science* **319**, 295 (2008).
- [Vol06] T. Volz, N. Syassen, D. Bauer, E. Hansis, S. Dürr, and G. Rempe, *Preparation of a quantum state with one molecule at each site of an optical lattice*, *Nature Phys.* **2**, 692 (2006).
- [Wer00] J. Werner, *Kontinuierliches Laden einer Magnetfalle mit lasergekühlten Chromatomen*, Master’s thesis, Universität Konstanz (2000).
- [Yar84] A. Yariv and P. Yeh, *Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation*, Wiley Series in Pure and Applied Optics, 1984.