

Leopold-Franzens-Universität Innsbruck
Fakultät für Informatik, Mathematik und Physik
Institut für Experimentalphysik

Diplomarbeit

Entwicklung und Aufbau eines Magnetspulensystems für Experimente an ultrakalten Cäsium-Atomen

vorgelegt von

Walter Harm

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Magisters der Naturwissenschaften

unter der Betreuung von
Univ.Prof. Dr. Rudolf Grimm

Innsbruck, Juni 2010

Zusammenfassung

Bei der Erforschung ultrakalter Quantengase wurden in den vergangenen vier Jahren bedeutende Fortschritte auf dem Gebiet der Mehrteilchenphysik, insbesondere der Efimov-Physik, gemacht. Ultrakalte Atome bieten einerseits die Möglichkeit, die Zweikörper-Wechselwirkung an magnetisch verstimmbaren Feshbach-Resonanzen einzustellen, andererseits können schwach gebundene Zustände auf Grund der geringen thermischen Energien aufgelöst werden.

Die vorliegende Diplomarbeit gibt einen Überblick der experimentellen Efimov-Physik und beschreibt die Entwicklung und den Aufbau eines leistungsstarken Spulensystems für magnetische Felder von bis zu 1200 Gauss. Bisher wurden Efimov-Zustände und universelle Vierkörper-Zustände von Cäsium bei geringen magnetischen Flussdichten nachgewiesen. In diesen Experimenten wurde eine Feshbach-Resonanz genutzt, an der die Streulänge, der Parameter zur Beschreibung der Zweikörper-Wechselwirkung, nur in begrenztem Ausmaß verstimmt werden kann. Mehrteilchen-Zustände, die bei größeren Streulängen auftreten, konnten nicht beobachtet werden. Mit dem neuen Magnetspulensystem werden Feshbach-Resonanzen bei 550 G und 800 G zugänglich, an denen die Streulänge bis $\pm\infty$ verstimmt werden kann.

Das System besteht aus drei unabhängig voneinander ansteuerbaren Spulenblöcken, deren Felder eine leichte Krümmung aufweisen, die mit einem weiteren Spulenpaar wahlweise kompensiert oder verstärkt werden kann. Die Spulenströme von bis zu 800 Ampère werden auf eine Genauigkeit von $\Delta I/I = 10^{-5}$ geregelt. Dies entspricht einer Feldstabilität von 10 mG bei 1000 G. Die Stromabstellzeit kann mit einer Stromkreisunterbrechung verkürzt werden. Zur Gewährleistung der Sicherheit wurden drei voneinander unabhängige Kontrollsysteme installiert, die den Kühlwasserfluss und die Temperatur der Spulen überwachen. Im Störfall werden die Strom liefernden Netzgeräte selbsttätig deaktiviert.

Der Schwerpunkt zukünftiger Experimente liegt in der Erforschung von Mehrkörper-Zuständen, die universell mit Efimov-Zuständen verbunden sind. Das erweiterte Efimov-Szenario eröffnet die Möglichkeit, die Wechselwirkung von Mehrkörper-Zuständen zu verstimmen.

Abstract

Within the past four years research on ultracold quantum gases has lead to considerable progress in the field of few-body physics – Efimov physics in particular. Magnetically tunable Feshbach resonances can be employed to tune the two-body interaction of ultracold atoms, whereas bound states can be resolved due to low thermal energies.

This diploma thesis presents a review on experimental Efimov physics and a description of the development and the set-up of a coil system for magnetic fields of up to 1200 Gauss. Up to now Efimov states and universal four-body states of cesium were observed at low magnetic fields. In these experiments the tuning range of the scattering length, the parameter used to describe the two-body interaction, was restricted by the properties of the Feshbach resonance that was exploited. Few-body states occurring at higher scattering lengths could not be investigated. The new magnetic coil system is accessing Feshbach resonances at 550 G and 800 G, where the scattering length can be tuned to $\pm\infty$.

The system consists of three independently controllable pairs of coils. The slight curvature of the field of these coils can be optionally compensated or increased by an additional pair of coils. The currents of up to 800 Ampère are feedback-controlled to an accuracy of $\Delta I/I = 10^{-5}$, which corresponds to a stability of the field within 10 mG at 1000 G. The switch-off times of the currents can be decreased by breaking the main circuits with high-power transistors. Three independent safety units are checking the flux of the cooling water and the temperature of the coils. In case of emergence the power supplies are deactivated automatically.

Future experiments will emphasize on few-body systems, that are universally related to Efimov states. The extended Efimov scenario offers the opportunity of tuning the interaction between few-body systems.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	i
Abstract	iii
Inhaltsverzeichnis	v
Prolog	vii
1 Einleitung	1
2 Efimov-Zustände in ultrakalten Quantengasen	5
2.1 Efimov-Effekt	6
2.2 Wechselwirkung in ultrakalten Quantengasen	9
2.2.1 Wechselwirkungspotentiale	9
2.2.2 Atomare Streuung.	13
2.3 Feshbach-Resonanzen	18
2.3.1 Veränderung der Streulänge.	19
2.3.2 Klassifizierung von Feshbach-Resonanzen	21
2.3.3 Feshbach-Moleküle	22
2.4 Cäsium-Molekülstruktur	23
2.5 Experimentelle Efimov-Physik	27
2.5.1 Dreikörper-Rekombination	27
2.5.2 Beobachtung in ultrakalten Quantengasen	30
3 Magnetspulensystem	41
3.1 Konzeption der Spulen	41
3.2 Design der Spulen	44
3.2.1 Spulen-Spezifikationen	45
3.2.2 Leistungsverlust und Wasserkühlung	46
3.3 Magnetfeld	47
3.3.1 Magnetfeld kreisförmiger Leiter	47

3.3.2	Berechnung des Magnetfeldes	50
3.4	Elektrische Installationen	52
3.4.1	Stromversorgung	52
3.4.2	Messung und Regelung des Stroms	52
3.4.3	Aufbau des Magnetspulensystems	53
3.5	Sicherheitssysteme	56
3.5.1	Passive Sicherheitssysteme	56
3.5.2	Aktives Sicherheitssystem.	56
3.5.3	Remote Shutdown.	56
4	Erste Messungen und Ausblick	59
4.1	Feshbach-Resonanzen	59
4.2	Ausblick	61
	Anhang	63
A	H-Brücke	63
B	Remote Shutdown	67
C	Fertigung der Spulen	71
	Literaturverzeichnis	77

Prolog

Zu Beginn des letzten Jahrhunderts erlebte die Physik einen Umbruch, hervorgerufen durch zwei Revolutionen, der Physiker zwang ihre Weltanschauung zu überdenken und neu zu formulieren. Die eine Revolution wurde von Albert Einstein ausgelöst, und betrifft die Vorstellung von Raum und Zeit. Die andere entwickelte sich aus der Erforschung von Atomen, die paradoxe Erscheinungen zu Tage brachte, welche im Rahmen der klassischen Physik nicht beschrieben werden konnten. Physiker standen unter anderem vor dem schwerwiegenden Problem, die Natur von Materie und Licht, den Welle-Teilchen-Dualismus zu verstehen und mussten letztlich ihre Vorstellung von Materie aufgeben.

In den ersten drei Jahrzehnten des letzten Jahrhunderts gelang es vornehmlich Max Planck, Albert Einstein, Niels Bohr, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Louis de Broglie, Wolfgang Pauli und Paul Dirac die als Quantenmechanik bekannte Theorie zu formulieren, mit welcher sich das Verhalten der Materie auf atomarer und subatomarer Ebene beschreiben lässt. Experimente an Licht, Elektronen und Atomen lehrten es, Materie auf mikroskopischen Längenskalen mit dem vertrauten Formalismus der Wellenmechanik zu beschreiben. Jedem Teilchen kann entsprechend seiner physikalischen Eigenschaften eine Wellenfunktion zugeordnet werden, die eine Lösung der Schrödingergleichung darstellt. Materiewellen können, ähnlich wie Schall- oder Wasserwellen, Interferenzphänomene zeigen und über ihre klassische Ausdehnung hinaus miteinander in Wechselwirkung treten. Die Wellenfunktion zusammengesetzter Gebilde wie Atome resultiert aus der Überlagerung der Wellenfunktionen der den Atomkern bildenden Protonen und Neutronen und der Wellenfunktion der umhüllenden Elektronen. Quantenzustände von Atomen bezeichnen unterschiedliche Energien und Drehimpulse der Elektronen im Potential des Kerns.

Die Quantentheorie genügt der in der Natur gefundenen Quantelung von Energien in Portionen des Planckschen Wirkungsquantums h , wovon sich ihr Name ableitet. In Atomen äußert sich diese Quantelung z.B. in diskreten, fest vorgegebenen Orientierungen der Drehimpulse der Elektronen und Nukleonen zueinander. Potentielle Energien verschiedener Orientierungen unterscheiden sich

um ganzzahlige Vielfache von h . Entspricht die Energie eines Lichtquants, eines Photons, der Energiedifferenz zweier elektronischer Zustände eines Atoms, so kann das Elektron in den entsprechenden energetisch höheren Zustand angeregt werden und anschließend, unter Aussendung eines Photons, in einen niedrigeren Zustand relaxieren. Diese und weitere Anschauungen ermöglichten die Beschreibung einer Fülle bislang unverstandener Eigenschaften der Materie, reichend von der Dynamik chemischer Verbindungen über die elektrische Leitung in Metallen bis hin zur Entstehung von Neutronensternen. Die Quantentheorie erzielte bis heute ausnahmslose Übereinstimmung mit experimentellen Erkenntnissen.

Statistische Überlegungen Boses zur Thermodynamik von Lichtquanten [Bos24], führten Einstein zur Vorhersage eines Materiezustands bei Temperaturen nahe dem absoluten Nullpunkt, dem Bose-Einstein-Kondensat (BEC) [Ein25]. Die Vorhersage bezog sich auf Teilchen, die ebenso wie Lichtquanten einen ganzzahligen Drehimpuls aufweisen. Teilchen dieser Klasse werden *Bosonen* genannt. Unterhalb einer von der Wechselwirkung der jeweiligen Bosonen abhängigen kritischen Temperatur geht die thermische Verteilung der Atome in die Besetzung des selben Quantenzustands, dem Grundzustand über. Alle involvierten bosonischen Atome bilden ein makroskopisches Quantenobjekt, welches sich mit einer einzigen Wellenfunktion beschreiben lässt. Die Beobachtung eines BECs lag jedoch mangels experimenteller Realisierbarkeit fernab jeglicher Vorstellung.

Mit dem Erfolg der Quantentheorie erschlossen sich Forschungsfelder unterschiedlicher Disziplinen wie der Festkörperphysik oder der Molekularbiologie, aus der die Halbleiterindustrie bzw. die Pharmaindustrie hervorgingen. Gegen Ende des Jahrhunderts konnte die experimentelle Quantenphysik durch das Forschungsfeld ultrakalte Quantengase erweitert werden. Errungenschaften in der Entwicklung magnetischer Teilchenfallen und auf dem Gebiet der Laserkühlung, der gezielten Anregung und Relaxation atomarer Zustände, ermöglichten es, Ensembles neutraler Atome auf kleinem Volumen zu konzentrieren und auf mittlere Energien in der Größenordnung eines Mikrokkelvin abzubremesen [Chu98, CT98, Phi98]. Mit der Technik des Verdampfungskühlen [Ket96], dem langsamen Absenken der Fallentiefe zur Freilassung schneller, energiereicher Atome, gelang es erstmals Temperaturen im Nanokelvinbereich zu erreichen. Schließlich konnten im Jahre 1995 Bose-Einstein-Kondensate, siebzig Jahre nach Einsteins theoretischer Vorhersage, erstmals beobachtet werden [And95, Dav95, Bra95].

Dieser Durchbruch verhalf dem Forschungsfeld zu großer Aufmerksamkeit, die zu einer Vielfalt weiterer experimenteller Erfolge führte, wie die Interferenz von Materiewellen durch Überlagerung von BECs [And97], die Beobachtung des Phasenübergangs eines Superfluids zu einem Mott-Isolator [Gre02], die Herstellung eines molekularen Quantengases [Her03], die Bildung eines molekularen BEC aus gepaarten Fermionen [Joc03] und viele mehr.

Zur Bose-Einstein-Kondensation von ^{133}Cs mussten optische Teilchenfallen verwendet werden. Alle Versuche, Cäsium in der gleichen Weise wie die im Jahre 1995 bereits kondensierten Alkalimetalle Rubidium, Natrium und Lithium in magnetischen Fallen zu kondensieren, scheiterten an großen Teilchenverlusten. Die erforderliche hohe Teilchendichte zum Einleiten des Phasenübergangs konnte nicht erreicht werden.

Die Atome wurden dabei in magnetisch fangbare Zustände präpariert, von denen bei Zusammenstößen starke Unterdrückung der Relaxation in energetisch niedrigere Zustände erwartet wurde. In Cäsium zeigten sich jedoch relativistische Effekte in der Elektronenhülle auf Grund der großen Kernmasse für hohe inelastische Stoßraten verantwortlich. Die bei inelastischen Stößen freiwerdende Energie überträgt sich als kinetische Energie auf die Stoßpartner und lässt diese die Teilchenfalle verlassen. Erst mit der Verwendung einer optischen Dipolfalle, realisiert durch einen Kreuzungspunkt zweier Laserstrahlen, konnten Cäsium-Atome in den magnetisch nicht fangbaren Grundzustand präpariert werden, der keine interne Energie aufweist und somit keine inelastischen Zweikörperstöße auftreten können. Die Kondensation gelang im Jahre 2002 [[Web03b](#)] an dem experimentellen Aufbau, in dessen Rahmen die vorliegende Diplomarbeit verfasst wurde.

Experimentelle Errungenschaften an ultrakalten Quantengasen konnten vor allem durch die völlige Kontrolle über interne und externe energetische Freiheitsgrade und der an Feshbach-Resonanzen [[Fes58](#), [Köh06](#)] abstimmbaren Wechselwirkungsstärke erzielt werden. Solche Systeme stellen damit einzigartige Modelle zur Untersuchung von Zwei-, Drei- und Vielkörperphänomenen dar. An ihnen lassen sich schwer denkbare, von den Vätern der Quantentheorie nur allmählich akzeptierte Vorstellungen der Materie demonstrieren und erweitern.

Kapitel 1

Einleitung

Im Jahre 1970 gelang dem Physiker Vitaly Efimov eine Aufsehen erregende Vorhersage, deren experimentelle Bestätigung mehr als 35 Jahre auf sich warten ließ. Der theoretische Kernphysiker beschäftigte sich mit dem Dreikörperproblem der Quantenmechanik. Das Pendant aus der klassischen Mechanik, vornehmlich zur Beschreibung des Systems Sonne-Erde-Mond, beschäftigte Mathematiker und Physiker seit Isaac Newton und wurde schließlich durch eine in *Acta Mathematica* 1890 veröffentlichte Arbeit von Henri Poincaré im allgemeinen Fall als analytisch nicht lösbar erklärt.

Für den quantenmechanischen Fall dreier identischer Teilchen unter resonanter Wechselwirkung konnte der junge Theoretiker Efimov jedoch kurz nach seiner Dissertation Lösungen finden. Angeregt durch eine Arbeit von Llewellyn H. Thomas zum Drei-Nukleonen Problem aus dem Jahre 1935 [Tho35], stieß er auf schwach gebundene Dreikörperzustände, Trimere genannt, mit außergewöhnlichen Eigenschaften [Ef70, Ef71]. Efimovs Ergebnisse wurden auf unterschiedliche Weise bestätigt, teilweise in Versuchen anderer, sie zu widerlegen, doch der experimentelle Nachweis blieb für lange Zeit aus. Seit 1977 wurden ^4He -Trimere als aussichtsreiche Systeme zur Beobachtung des *Efimov-Effekts* angesehen. Schließlich wurde die Existenz von ^4He -Efimov-Trimeren in Frage gestellt, da sie in zahlreichen Experimenten bis heute nicht beobachtet werden konnten [Brü05].

Bei geringen Energien lässt sich die elastische Zweikörper-Wechselwirkung mit einem einzigen Parameter, der s -Wellen-Streulänge a beschreiben, wobei $a > 0$ abstoßender, und $a < 0$ anziehender Paarwechselwirkung entspricht. Für genügend große Streulängen wird die Wechselwirkung universell, das heißt unabhängig von den Zweikörper-Potentialen der Stoßpartner, wodurch Erkenntnisse zu physikalischen Phänomenen als allgemein betrachtet werden können und einer breiten Diskussion zugänglich sind.

Für solche Bedingungen beschrieb Efimov in seiner bahnbrechenden Arbeit eine unendliche Serie von Trimeren, deren Bindungsenergien bei bestimmten Werten von $a < 0$ die Dissoziationsschwelle zu drei freien Teilchen kreuzen. Bei negativer Streulänge sind die Zweikörperpotentiale zu schwach, zwei Teilchen zu binden, doch können sie paradoxerweise eine theoretisch unbegrenzte Anzahl an Trimeren hervorbringen. Weiters sagte er einen faszinierenden Skalierungsfaktor von $22,7 \approx e^\pi$ in der Streulänge von einem Zustand in den nächsten voraus, der sich auch fortlaufend in den Bindungsenergien und den räumlichen Ausdehnungen der Efimov-Trimere findet, siehe Abb. 1.1.

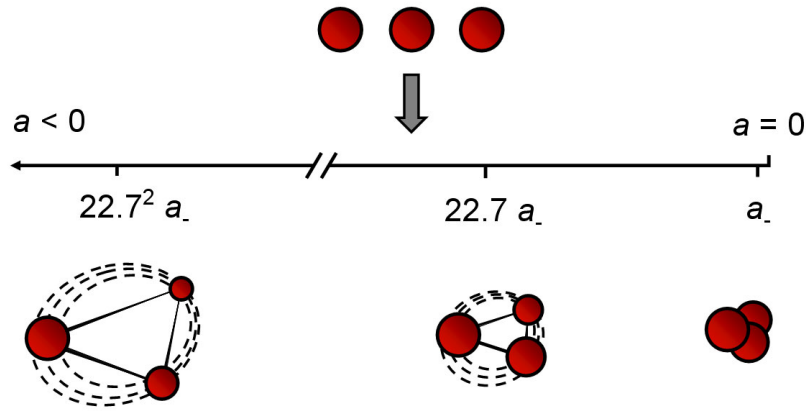


Abbildung 1.1: Im Bereich $a < 0$ kann sich ein Efimov-Zustand bei einer Streulänge a_- bilden. Weitere Zustände treten in einem Skalierungsverhältnis von $e^\pi \approx 22,7$ in der Streulänge auf. Um diesen Faktor vergrößert sich auch der quadratische mittlere Radius der Trimere von einem Zustand in den nächsten, während die Bindungsenergien um $1/22,7^2$ abnehmen.

Letztlich gelang im Jahre 2006 die Bestätigung der Existenz von Efimov-Zuständen in einem ultrakalten Cäsium-Quantengas in Innsbruck [Kra06a]. Anders als in Nukleonen-Systemen naturgegebener Streulänge, für die Efimov seine Arbeit ursprünglich formulierte, lässt sich die Wechselwirkung in ultrakalten atomaren Gasen an Feshbach-Resonanzen beliebig einstellen, wodurch die Beobachtung des ersten Dreikörperzustands der von Efimov vorhergesagten Serie möglich war.

Hierfür wurden Teilchenverlusten in Abhängigkeit der Streulänge a gemessen. Die Streulänge lässt sich durch Variieren eines externen Magnetfelds an einer Feshbach-Resonanz verstimmen. Bei einer Streulänge von $a \approx -850 a_0$ kreuzt die Energie eines Efimov-Trimers die Dissoziationsschwelle, wobei a_0 den Bohrradius bezeichnet. Es kommt zu großem Teilchenverlust, der sich durch Bildung von Efimov-Trimeren und anschließendem Zerfall in freie Atome und stark gebundene Dimere erklären lässt. Die dabei freiwerdende Bindungsenergie überträgt sich als kinetische Energie auf die Zerfallsprodukte und lässt diese die optische Falle ver-

lassen. Historisch betrachtet wurde diese Verlustresonanz schon bei den Anläufen zur Herstellung des ersten Cäsium-Bose-Einstein-Kondensats Anfang 2002 beobachtet [Web03b], doch erst später als triatomare Efimov-Resonanz identifiziert.

Bei bestimmten positiven Werten der Streulänge können Efimov-Trimere in Dimere und freie Atome übergehen. Im Jahre 2008 konnte eine Atom-Dimer-Efimov-Resonanz in einem Gemisch aus Cs-Atomen und schwach gebundenen Cs₂-Molekülen nachgewiesen werden [Kno09]. Im nächsten Jahr folgte die experimentelle Bestätigung der in jüngster Zeit veröffentlichten Vorhersage zweier theoretischer Arbeitsgruppen [Ham07, Ste09b] bezüglich der Erweiterung des Efimov-Szenarios. Jedes Efimov-Trimer wird von zwei Vierkörperzuständen, so genannter Tetramere, begleitet, die der Theorie entsprechend in der Nähe der Streulänge des ersten Efimov-Trimers nachgewiesen werden konnten [Fer09]. Weiters wurde in einem Ensemble schwach gebundener Cs₂-Moleküle im Bereich $a > 0$ ein Minimum in der Dimerverlustrate gefunden, welches mit universellen Vierkörperzuständen verbunden sein könnte. [Fer08, D'I09].

Die fundamentalen Errungenschaften der letzten Jahre auf dem Gebiet der Efimov-Physik wurden in Innsbruck im Bereich niedriger Magnetfeldstärken erzielt. An der mit dem experimentellen Aufbau zugänglichen Feshbach-Resonanz lässt sich die Streulänge nur zwischen $-2500 a_0$ und $1600 a_0$ verstimmen, wodurch höher angeregte Zustände der Serie bei größeren Streulängen nicht erreicht werden können und der von Efimov vorausgesagte Skalierungsfaktor von etwa e^π unbeobachtet blieb.

Berechnungen zu Folge treten in Cäsium zwei breite Feshbach-Resonanzen bei vergleichsweise hohen magnetischen Flussdichten von 550 Gauss und 800 Gauss auf, an denen sich die Streulänge bis $\pm\infty$ verstimmen lässt. In diesem Sinne wurde ein auf 1200 Gauss ausgelegtes Magnetspulensystem zur tieferen Erforschung universeller Mehrkörpersysteme entwickelt und implementiert. Die vorliegende Diplomarbeit gibt einen Überblick der experimentellen Efimov-Physik und beschreibt die Entwicklung und den Aufbau des neuen Magnetspulensystems.

Kapitel 2 liefert einen Einblick in die Paarwechselwirkung in ultrakalten Quantengasen und deren Erweiterung zur Efimov-Physik, sowie eine Zusammenfassung experimenteller Erfolge auf diesem Gebiet. In Kapitel 3 wird das Magnetspulensystem beschrieben. Kapitel 4 beinhaltet erste Verlustratenmessungen mit dem neuen System und schließt mit einem Ausblick auf zukünftige Experimente.

Kapitel 2

Efimov-Zustände in ultrakalten Quantengasen

Ultrakalte Quantengase sind atomare Ensembles, deren thermische Geschwindigkeitsverteilung mit einer Temperatur nahe dem absoluten Nullpunkt verbunden ist. Mittlere kinetische Energien liegen um viele Größenordnungen unter den kleinsten energetischen inneren Strukturen der Atome¹. In diesem Regime ist die inhomogene Dopplerbreite kleiner als die natürliche Linienbreite atomarer Übergänge, wodurch mit externen Licht- und Magnetfeldern Atome in gezielte Zustände präpariert werden können. Weiters tritt unter diesen Bedingungen der quantenmechanische Wellencharakter der Teilchen zu Tage. Bei Raumtemperatur verhalten sich Atome nahezu wie punktförmige Gebilde einer Ausdehnung von einigen 0.1 Nanometern, während im ultrakalten Regime ihre *de Broglie*-Wellenlänge

$$\lambda_{\text{dB}} = h/p \quad (2.1)$$

einige Mikrometer erreichen kann. Mit h wird das Plancksche Wirkungsquantum bezeichnet und mit $p = \sqrt{2mE}$ der translatorische Impuls. Im ultrakalten Regime ist λ_{dB} somit groß gegenüber inneren Strukturen, wodurch Atome diese gegenseitig nicht auflösen können. Die Wechselwirkung wird annähernd unabhängig von den zugrunde liegenden Potentialen und lässt sich mit Angabe einer einzigen Größe, der *s-Wellen*-Streulänge a beschreiben. Im Limes $a \rightarrow \pm\infty$ wird die Wechselwirkung unabhängig von den Wechselwirkungspotentialen und wird als universell bezeichnet. Unter diesen Voraussetzungen lassen sich gewonnene Erkenntnisse zu Streu- und Bindungseigenschaften auf andere Systeme übertragen.

¹Beispielsweise entspricht die Temperatur $T = 1 \mu\text{K}$ einer Energie von $k_B T/h = 21 \text{ kHz}$. Hyperfeinstruktur-Aufspaltungen liegen hingegen im MHz- und GHz-Bereich.

2.1 Efimov-Effekt

Ein erstklassiges Beispiel universeller Physik ist der nach dem russischen Physiker benannte Efimov-Effekt. Der Titel seiner 1971 ins Englische übersetzten Arbeit *WEAKLY-BOUND STATES OF THREE RESONANTLY-INTERACTING PARTICLES* enthält die Bedingung unter der die unendliche Serie von Dreikörperzuständen auftritt. Die Interaktion zweier Teilchen besteht aus der resonanten Streuung ihrer Materiewellen und ihrer jeweiligen charakteristischen Wechselwirkung, wie der Kernkraft für Nukleonen oder der *van-der-Waals*-Wechselwirkung für neutrale Atome. Übersteigt die Streulänge die Reichweite der charakteristischen Wechselwirkung, $|a| \gg r_0$, so liegt das resonante Regime vor. Es ist gleichzusetzen mit dem universellen Regime, wodurch der Efimov-Effekt als allgemeines, universelles Phänomen betrachtet werden kann.

V. Efimov wurde von einer Veröffentlichung aus dem Jahre 1935 [Tho35] angeregt. L. H. Thomas behandelt in dieser Arbeit das Verhalten dreier bosonischer Nukleonen, die über ein Zweikörperpotential der Tiefe V_0 und der Reichweite r_0 wechselwirken. Im universellen Regime existiert für $a > 0$ ein schwach gebundenes Dimer knapp unterhalb der Dissoziationsschwelle zu freien Teilchen, dessen Bindungsenergie

$$E_D = \hbar^2/(ma^2) \quad (2.2)$$

nur von der Streulänge und der Masse m der Teilchen abhängt. Das von Thomas betrachtete Potential sei so bemessen, einen einzigen schwach gebundenen Zweikörperzustand, das universelle Dimer, Gl. (2.2), zu tragen. Für den hypothetischen Grenzfall $V_0 \rightarrow \infty$ und $r_0 \rightarrow 0$, bei unveränderter Energie E_D , konnte er in einem Variationsverfahren zeigen, dass drei Teilchen zu einem Trimer infinitesimaler räumlicher Ausdehnung kollabieren können. Die Bindungsenergie E_T divergiert dabei [Esr06]. Genauer fand er für die Energie die Beziehung $E_T = \hbar^2/mr_0^2$, welche für $r_0 \rightarrow 0$ gegen ∞ ansteigt [Bra06]. Dieser Grenzfall legt dar, wie ein Potential, welches gerade groß genug ist ein einziges schwach gebundenes Dimer zu tragen, sonderbarerweise Dreikörperzustände unbegrenzter Bindungsenergie hervorbringen kann. Der *Thomas-Effekt* kann jedoch wegen seiner Abhängigkeit von der Charakteristik des Zweikörperpotentials nicht als universell angesehen werden. Weiters dürfte der Kollaps in realen physikalischen Systemen nicht zu erwarten sein.

35 Jahre später konnte Efimov das Problem verallgemeinern und zeigte wie bei hinreichend großen Streulängen die Interaktion dreier identischer Teilchen die Form $-1/R^2$ annimmt. Dabei ist $R = \sqrt{\frac{2}{3}(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2)}$ der Hyperradius dreier Teilchen. Die stärkste Kopplung tritt für Teilchen symmetrischer Wellenfunktionen (Bosonen) der Drehimpulse $\ell = 0$ auf. Die $-1/R^2$ -Abhängigkeit des effektiven Potentials beginnt bei r_0 und ist durch die Streulänge $|a|$ begrenzt.

Die Serie der Dreikörperzustände liegt somit zwischen den Energien \hbar^2/mr_0^2 und \hbar^2/ma^2 . Im *Unitaritätslimit*, $a \rightarrow \infty$, ergibt sich in der gleichen Weise wie für ein $1/r^2$ -Potential zweier Teilchen eine unendliche Anzahl an Zuständen, deren Energien gegen $E_T = 0$ konvergieren. Das Auftreten des ersten Trimers ist von der kurzreichweitigen Wechselwirkung abhängig, und wird von dem so genannten Dreikörper-Parameter κ_* bestimmt. Wird die Streulänge um den Faktor e^{π/s_0} vergrößert, so bildet sich stets ein weiterer Zustand, wobei s_0 die Lösung der transzendenten Gleichung $s_0 \cosh(\pi s_0/2) = (8/\sqrt{3}) \sinh(\pi s_0/6)$ ist. Die Lösung s_0 hängt von der Statistik der Teilchen und der Massenverhältnisse ab. Für identische Bosonen ist ihr numerischer Wert $s_0 \approx 1,00624$ und somit der Skalierungsfaktor $e^{\pi/s_0} \approx 22,7$. Für die Anzahl der Trimere im effektiven Potential

$$U(R) = -\frac{(s_0 + 1/4)\hbar^2}{2mR^2} \quad (2.3)$$

findet Efimov eine von der Streulänge und Reichweite des Potentials abhängige Relation

$$N = \frac{s_0}{\pi} \ln \frac{|a|}{r_0}. \quad (2.4)$$

Der Effekt tritt demnach unter der Bedingung $|a|/r_0 \gg 1$ auf. In seiner Arbeit gibt er einen Ausdruck für das gesamte Spektrum der Zustände an, siehe Abb. 2.1, deren Bindungsenergien

$$E_T^n = \left(e^{-2\pi/s_0}\right)^{n-n_*} \frac{\hbar^2 \kappa_*^2}{m} \quad (2.5)$$

ebenfalls e^{π/s_0} enthalten. Der Index n_* bezeichnet den gebundenen Zustand der Wellenzahl κ_* . Die Bindungsenergien benachbarter Zustände skalieren mit dem Faktor $E_T^{n+1}/E_T^n = 1/e^{(\pi/s_0)^2} \approx 1/515$. Für den mittleren quadratischen Radius der Trimere kann die Gleichung

$$\langle R^2 \rangle^n = \left(e^{\pi/s_0}\right)^{n-n_*} \frac{2(1+s_0^2)}{3} \kappa_*^{-2} \quad (2.6)$$

angegeben werden [Bra06]. Benachbarte Efimov-Trimere unterscheiden sich somit in ihrer Größe um den Faktor $\approx 22,7$. Efimov-Zustände können auch in Dreikörper-Systemen unterschiedlicher Massen auftreten, vorausgesetzt, dass die Streulänge von mindestens einem Teilchenpaar groß ist. In solchen Szenarien ändert sich s_0 und somit der Skalierungsfaktor e^{π/s_0} [Ef73, D'I06].

Das grundlegende Szenario ist in Abb. 2.1 zu sehen. Die Bindungsenergien sind als Funktion der inversen Streulänge dargestellt. Die Abbildung kann in drei Bereiche, grau, grün und blau, unterteilt werden. Die horizontale Linie entspricht der Energie der Dissoziationsschwelle, $E = 0$, oberhalb der nur freie Teilchen existieren können (graue Fläche). Unterhalb der Dissoziationsschwelle, $E < 0$, kommen entweder Dreikörperzustände (grüne Fläche) oder Dimere in Koexistenz mit freien Teilchen vor (blaue Fläche). Der parabolische Verlauf der Energie

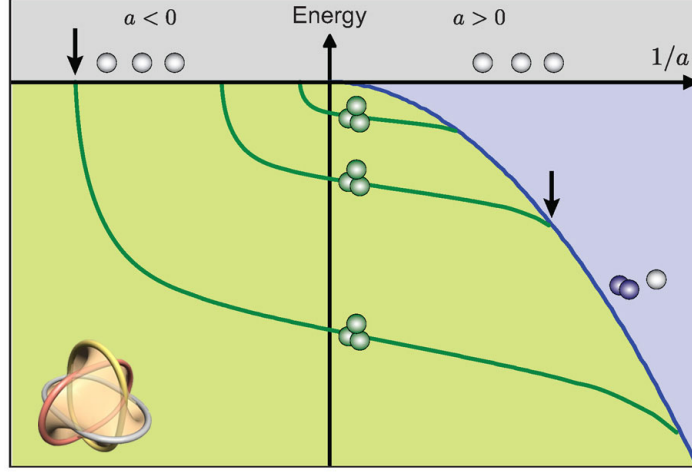


Abbildung 2.1: Efimov-Szenario. Die Bindungsenergien der Trimere (grüne Linien) sind als Funktion der inversen Streulänge dargestellt. Oberhalb der Dissoziationsschwelle $E = 0$ (horizontale Linie), existieren nur freie Teilchen. Der Bereich der Trimere (grüne Fläche) wird vom Bereich der Dimere mit freien Atomen (blaue Fläche) vom Verlauf des universellen Dimers getrennt. Linker und rechter Pfeil geben beispielhaft an bei welcher Streulänge Efimov-Trimere aus drei freien Teilchen bzw. aus einem Dimer und einem freien Teilchen assoziiert werden können. Der Skalierungsfaktor wurde von 22,7 auf 2 verkleinert. Abb. adaptiert von [Fer10].

des universellen Dimers aus Gl. (2.2) stellt die Trennung der unteren Bereiche dar. Die geschwungenen Linien zeigen die Energieverläufe der Trimere. An den Kreuzungspunkten zwischen den Energieverläufen und der Dissoziationsschwelle, können drei freie Teilchen in ein Trimer übergehen (linker Pfeil). Der Verlauf des universellen Dimers stellt eine weitere Dissoziationsschwelle dar. Ein Trimer-Zustand kann am Schnittpunkt mit dieser Schwelle in ein gebundenes Teilchenpaar und ein freies Teilchen übergehen oder aus diesen gebildet werden (rechter Pfeil). Im Efimov-Szenario sind die Bereiche negativer und positiver Streulänge über einen Pol miteinander verbunden (vertikale Linie), an dem die Streulänge divergiert.

Der Bereich $a < 0$ wird als borromäische Region bezeichnet. Der Zusammenhalt besteht, ähnlich wie für borromäische Ringe, *nur* für drei oder mehrere Teilchen, da das Zweikörperpotential geringfügig zu schwach ist, ein Dimer zu binden. Efimovs erstaunliche Erkenntnis, dass sich dennoch eine theoretisch unbegrenzte Anzahl an Trimeren bilden kann, lässt sich qualitativ veranschaulichen. Stehen zwei Teilchen energetisch kurz vor der Bindung, so reicht die geringste Energie aus, um die Schwelle zu einem gebundenen Zustand überwinden zu können. Diese Energie kann ein drittes Teilchen liefern und gemeinsam mit den beiden anderen eine Bindung eingehen [Esr06].

2.2 Wechselwirkung in ultrakalten Quantengasen

Die Auflösung schwach gebundener Zustände erfordert geringe Stoßenergien, während im resonanten Regime große Streulängen vorliegen müssen. In atomaren Ensembles lassen sich solche Bedingungen mittels Laserkühlung [Met99] und Verdampfungskühlung [Ket96], und der an Feshbach-Resonanzen beliebig einstellbaren Streulänge realisieren. Für die Definition geringer Energien und großer Streulängen können die Wechselwirkungspotentiale neutraler Atome herangezogen werden, wobei im Folgenden auf Grund unserer Arbeit meist ^{133}Cs beispielhaft betrachtet wird.

2.2.1 Wechselwirkungspotentiale

Die Art der Wechselwirkung hängt von der Distanz der Atome ab. Kleine internukleare Abstände führen zum Überlappen der elektronischen Wellenfunktionen und somit zu elektronenspingekoppelten Molekülzuständen. Bei großen Abständen überwiegt die *van-der-Waals*-Kraft und die Kopplung von Hyperfeinzuständen der einzelnen Atome.

Born-Oppenheimer-Potential

Die kurzreichweitige Wechselwirkung neutraler Atome rührt von der Coulomb-Interaktion ihrer Valenzelektronen. Sie lässt sich für Atome im Grundzustand in der *Born-Oppenheimer-Näherung* unter Vernachlässigung der Bewegung der Atomkerne beschreiben². Diese Näherung ist durch die unterschiedlichen Zeitskalen der langsamen Bewegung der schweren Kerne in Bezug auf die der leichten Elektronen zulässig. Die viel schnelleren Elektronen reagieren auf Änderungen der Kernkonfiguration instantan, was als *adiabatische Näherung* bezeichnet wird.

Im Falle von Alkaliatomen der elektronischen Konfiguration³ $n^2S_{1/2}$ können die Spins der ungepaarten Elektronen zu einem Gesamtspin $S = s_1 + s_2$ koppeln. Dies führt auf die Gesamtspinquantenzahlen $S = 0$ und $S = 1$, wobei die resultierenden Molekülzustände entsprechend der Anzahl ihrer möglichen Spin-konfigurationen Singulett bzw. Triplett-Zustände genannt werden. Die Kopplung der Spins reduziert die kugelsymmetrische Ladungsverteilung der einzelnen Atome um eine räumliche Dimension auf eine zylindersymmetrische Verteilung mit Quantisierungsachse entlang der Verbindungslinie der Kerne, was entsprechend des *Noether-Theorems* den Verlust einer Erhaltungsgröße, der Gesamtdrehimpulsquantenzahl $L = \ell_1 + \ell_2$ zur Folge hat. Die Projektion M_L , von L auf

²Die Näherung liefert für den Grundzustand bessere Werte als für angeregte Zustände.

³Zur Erinnerung werden Atomzustände in der Russell-Saunders Notation mit $n^{2s+1}\ell_j$ abgekürzt. n bezeichnet die Hauptquantenzahl, s die Gesamtspinquantenzahl, ℓ die Bahndrehimpulsquantenzahl und $j = \ell + s$ die Gesamtdrehimpulsquantenzahl. Für Cäsium im Grundzustand ergibt sich die Termbezeichnung $6^2S_{1/2}$.

die Quantisierungsachse, ist jedoch eine Erhaltungsgröße und kann die Werte $\Lambda = |M_L| = 0, 1, 2, \dots, L$ annehmen⁴. Die Projektionen der Molekülzustände werden in Analogie der atomaren elektronischen Bahndrehimpulse s, p, d, \dots für $\Lambda = 0, 1, 2, \dots$ mit griechischen Großbuchstaben $\Sigma, \Pi, \Delta, \dots$ bezeichnet.

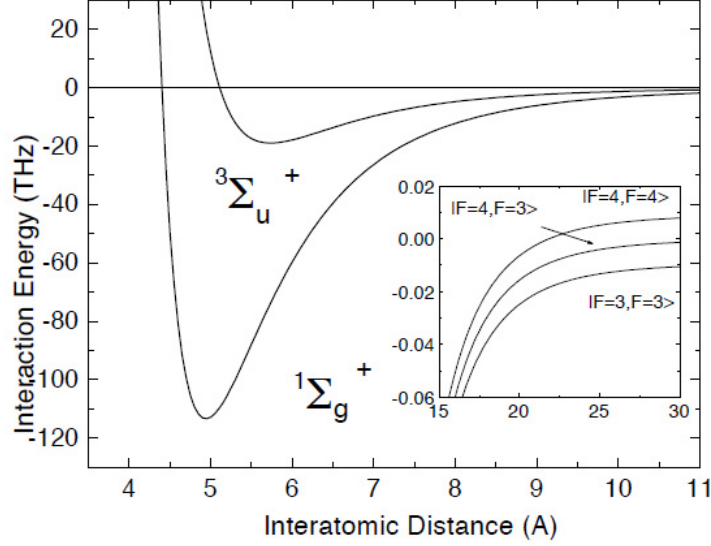


Abbildung 2.2: Bindungsenergien als Funktion des atomaren Abstands von Cs_2 -Molekülen in Einheiten des Bohrradius. Der Singulett-Grundzustand $X^1\Sigma_g^+$ und der niedrigste Triplett-Zustand $a^3\Sigma_u^+$ gehen bei größeren internuklearen Abständen in das von den Spinwellenfunktionen unabhängige *van-der-Waals*-Potential über. Bei größeren internuklearen Abständen wird die Hyperfeinstrukturaufspaltung der Einzelatome größer als die energetische Differenz zwischen Singulett- und Triplett-Kopplung, siehe Fenster. Zu beachten ist die veränderte Energie- und Längenskala. Abb. entnommen aus [Chi01].

Für Cs-Atome im Grundzustand ergeben sich für den Singulett- und Triplett-Zustand zwei Born-Oppenheimer-Potentiale der Symmetrien $X^1\Sigma_g^+$ und $a^3\Sigma_u^+$. Das hochgestellte + indiziert gerade Spiegelsymmetrie des örtlichen Anteils der elektronischen Wellenfunktion in einer die Quantisierungsachse enthaltenden Fläche⁵. Bei homonuklearen Molekülen muss auch die Symmetrie bezüglich Austausch der Kerne betrachtet werden, welche mit g und u für *gerade* und *ungerade* indiziert wird. Aus historischen Gründen wird der niederenergetischste Zustand mit X , während die nächsthöheren mit A, B, C, \dots bezeichnet werden. Können Zustände vom Grundzustand aus nicht erreicht werden, wie im Falle von Cs vom

⁴Die Projektionen $M_L = -L, -L+1, \dots, L-1, L$ sind zweifach entartet, da $\pm M_L$ die gleiche Energie aufweist. Deshalb werden die absoluten Werte $|M_L|$ mit Λ angegeben.

⁵Diese Indizierung wird nur für Σ -Symmetrien verwendet. Für $\Lambda > 0$ kommt es zu einer Energieaufspaltung in $2S+1$ Komponenten, die für \pm Zustände entartet sind.

Singulett-Grundzustand in den niedersten Triplett-Zustand, so werden diese mit a, b, c, \dots unterschieden.

In Abb. 2.2 sind die Verläufe des Singulett- und Triplett-Potentials zu sehen. Bei geringen atomaren Abständen ist das Triplett- im Gegensatz zum Singulett-Potential repulsiv und wird erst bei größeren Abständen bindend. Jedes der beiden trägt eine Serie von Molekülzuständen unterschiedlicher Vibrations- und Rotationsquantenzahlen (ν, J) , wobei der absolute Grundzustand, der Singulett-Zustand $(v = 0, J = 0)$, die größte Bindungsenergie aufweist.

Van-der-Waals-Potential

Sind die internuklearen Abstände groß gegenüber der Ausdehnung der Elektronenwolken, $r \gg a_0$, überwiegt die langreichweitige und von der Spinwellenfunktion unabhängige van-der-Waals-Wechselwirkung, hervorgerufen durch die gegenseitige Polarisierung der Atome und der damit verbundenen induzierten Dipolmomente. Die asymptotische Form des van-der-Waals-Potentials für $r \rightarrow \infty$, lässt sich mit einem Koeffizienten C_6 in führender Ordnung als $V_{\text{vdW}}(r) \rightarrow -C_6/r^6$ ausdrücken. Multipole höherer Ordnung skalieren mit r^{-8}, r^{-10}, \dots . Durch Vergleich der potentiellen Energie zu typischen kinetischen Energien $\hbar^2/mr_0^2 \simeq C_6/r^6$, lässt sich eine Längenskala für die Reichweite der Wechselwirkung, die van-der-Waals-Länge $l_{\text{vdW}} = \frac{1}{2}(mC_6/\hbar)^{1/4}$ angeben [Köh06], wobei m der doppelten reduzierten Masse $\mu = m_1m_2/(m_1 + m_2)$ entspricht, die bei identischen Teilchen der Masse eines einzelnen gleicht. Unter hinreichend geringen Energien neutraler Atome versteht sich nun die Bedingung $E = \hbar^2k^2/m \ll \hbar^2/ml_{\text{vdW}}^2$, wobei $k = 2\pi/\lambda_{\text{dB}}$ der über die de Broglie-Wellenlänge λ_{dB} definierte Betrag des atomaren Wellenvektors ist.

^{133}Cs ist das einzige stabile Cäsium-Isotop und das schwerste der stabilen Alkaliatome. Es weist die geringste Ionisationsenergie von 3,894 eV und die größte Polarisierbarkeit α von $\hbar \cdot 0,1 \text{ Hz cm}^2/\text{V}^2$ aller Elemente des Periodensystems auf [Her05]. Dies führt zu der größten van-der-Waals-Länge, die bei Alkaliatomen zwischen $31,25 a_0$ für ^6Li und $101 a_0$ für ^{133}Cs liegen. Reichweiten atomarer Wechselwirkungen werden üblicherweise in Einheiten des Bohrradius $a_0 = 5,29177 \times 10^{-11} \text{ m}$ angegeben.

Hyperfeinstruktur

Im Bereich großer atomarer Distanzen ist die Hyperfeinstrukturaufspaltung der Einzelatome größer als der Energieunterschied zwischen Singulett- und Triplett-Zustände der Moleküle. Die Aufspaltung rührt von der Kopplung des Kernspins I mit dem elektronischen Gesamtdrehimpuls $j = \ell + s$ zum atomaren Gesamtdrehimpuls $F = I + j$. Für ^{133}Cs , mit der Kernspinquantenzahl $I = 7/2$, ergeben sich ganzzahlige Werte von F , wodurch ^{133}Cs bosonisches Verhalten zeigt. Die

Interaktion zwischen I und j resultiert in der Aufspaltung des Grundzustandes $6^2S_{1/2}$ in die beiden Komponenten $F = 3$ und $F = 4$.⁶ Die Kopplung der Hyperfeinniveaus zu gebundenen Zuständen $|F = 3, F = 3\rangle$, $|F = 3, F = 4\rangle$ und $|F = 4, F = 4\rangle$ überwiegt bei $r \gg a_0$. Die energetischen Verläufe sind als Funktion von a_0 im Fenster von Abb. 2.2 zu sehen. Sie weisen, entsprechend dem energetischen Abstand zwischen den Komponenten $F = 3$ und $F = 4$, eine Energiedifferenz zueinander von $\Delta E_{\text{hfs}} = h \cdot 9.192631770$ GHz auf.

Zeeman-Energieaufspaltung

Im externen Magnetfeld kommt es zu einer weiteren Aufspaltung in *Zeeman*-Niveaus. Jede Komponente der Hyperfeinstruktur spaltet gemäß der Beziehung $-F \leq m_F \leq F$ in eine Mannigfaltigkeit von Unterniveaus der magnetischen Quantenzahl m_F auf. Für die beiden Komponenten $F = 3$ und $F = 4$ des Cs-Grundzustands ergeben sich 7 bzw. 9 Zeeman-Niveaus, die mit $|F, m_F\rangle$ unterschieden werden, siehe Abb. 2.3. Die Aufspaltung weist im Bereich niedriger

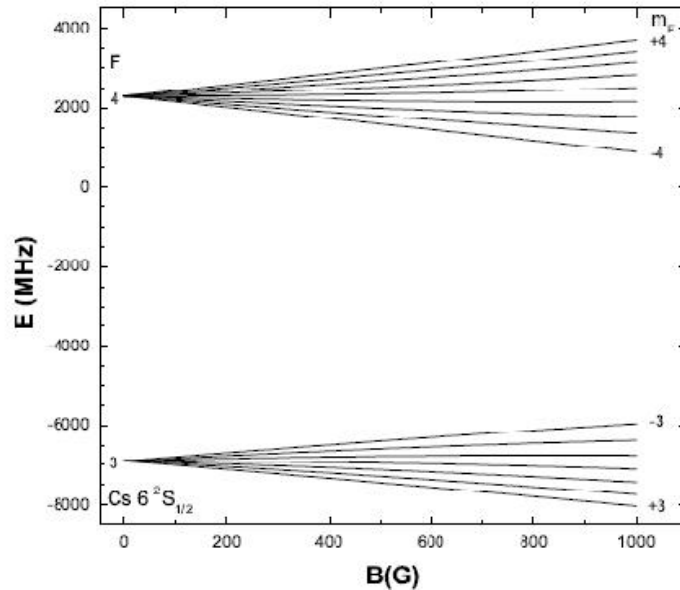


Abbildung 2.3: Zeeman-Energieaufspaltung der Hyperfeinkomponenten $F = 3$ und $F = 4$ des Cäsium-Grundzustands $6^2S_{1/2}$ im äußeren Magnetfeld der Flussdichte B in Gauss.

Magnetfelder eine Energiedifferenz von $\Delta E = g_F \mu_B m_F |B|$ auf, wobei μ_B das *Bohrsche Magneton* bezeichnet.

$$g_F = \frac{F(F+1) + j(j+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} g_J, \quad (2.7)$$

⁶Die Energiedifferenz der Hyperfeinstrukturaufspaltung des Cäsium-Grundzustands von $\Delta E_{\text{hfs}} = h \cdot 9.192631770$ GHz wird seit 1967 zur Definition der Sekunde verwendet.

wobei g_J der Feinstruktur-Landé-Faktor und $|B|$ der Betrag der magnetischen Flussdichte ist.

Zeeman-Niveaus, die zu stärkeren Magnetfeldern hin eine geringere potentielle Energie aufweisen, erfahren eine Kraftwirkung in Richtung des Magnetfeldmaximums und werden *high field seeking states* genannt. Atome in diesen Zuständen können in magnetischen Fallen nicht gefangen werden, da es nicht möglich ist ein Magnetfeldmaximum im freien Raum zu realisieren [Win84].

2.2.2 Atomare Streuung

Kollisionen in ultrakalten Quantengasen sind mit kinetischen Energien im kHz-Bereich assoziiert, während Energieaufspaltungen in Hyperfein- und Zeeman-Niveaus um viele Größenordnungen höher, im Mega- und Gigahertzbereich liegen.⁷ Streu- und Bindungseigenschaften der Atome leiten sich demnach hauptsächlich vom Zeeman-Niveau $|F, m_F\rangle$ ab, in das sie präpariert werden. Für die Dauer des Stoßes können zwei Atome als Molekül betrachtet werden. Die Wahl einer günstigen Basis zur Beschreibung der Kopplung hängt vom internuklearen Abstand ab. Kommen sich Atome sehr nahe, so koppeln die Elektronen untereinander und gehen in die Singulett- und Triplett-Zustände der Born-Oppenheimer-Potentiale $S = 0$ und $S = 1$ über, was als *Austauschwechselwirkung* bezeichnet wird. Bei größeren Entfernungen, für Alkaliatome ab 20 bis 25 Bohrradien a_0 [Köh06], wird die Austauschenergie klein gegenüber der Hyperfein- und Zeeman-Aufspaltung und Elektronen koppeln zu ihren Kernen. Durch günstige Wahl der Basis sollte die Interaktionsmatrix $V_{\text{int}}(r)$ bezüglich der wesentlichen Wechselwirkung möglichst diagonal sein.

Für kurzreichweitige Betrachtungen erweist sich die Molekülbasis $|(SI)f\ell FM\rangle$ als vorteilhaft. Die elektronischen Gesamtspins der Atome koppeln zu einem molekularen elektronischen Gesamtspin $S=s_1+s_2$ und die einzelnen Kernspins zu einem molekularen Kernspin $I = I_1 + I_2$, und diese koppeln zu $f = S + I$. Der molekulare Gesamtspin F setzt sich aus f und ℓ zusammen, wobei ℓ den Drehimpuls der Relativbewegung zweier Atome bezeichnet. Die Projektion von F auf die Magnetfeldachse ergibt die Projektionsquantenzahl M .

Für große internukleare Abstände erweist sich die Wahl der separierten Atom-basis $|(F_1 F_2)f\ell FM\rangle$ als günstig, führt jedoch für kleine Abstände r auf Nebendiagonalelemente in $V_{\text{int}}(r)$. Die Gesamtdrehimpulse F_1 und F_2 der einzelnen

⁷Jedem Teilchen kann pro räumlichem Freiheitsgrad eine Energie von $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}k_B T$ zugeordnet werden, wobei k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur bezeichnet. Der Begriff der Temperatur wird in der Thermodynamik als Zustandsvariable eines abgeschlossenen Systems im thermischen Gleichgewicht mit seiner Umgebung definiert. Diese Bedingungen treffen auf atomare Ensembles in optischen oder magnetischen Fallen nicht zu, da sie zum einen nicht in thermischen Kontakt treten und zum anderen über Laserlichteinstrahlung im ständigen Energieaustausch stehen [Met99]. Die Gleichsetzung von Energie und Temperatur ist zwar üblich, in ultrakalten Quantengasen jedoch streng genommen nicht definiert.

Atome koppeln zu f , welches wiederum mit ℓ , der Drehimpulsquantenzahl der Relativbewegung, zum molekularen Gesamtdrehimpuls F koppelt. Die Projektionsquantenzahl $M = m_f + m_\ell$ setzt sich aus den Projektionen von f und ℓ auf die Magnetfeldachse zusammen. In den weiteren Betrachtungen wird die Darstellung gebundener Zustände in dieser Basis gewählt.

Im Verlauf eines Zweikörperstoßes können die betreffenden Atome aus Gründen der Energieerhaltung nur in Zeeman-Niveaus übergehen, die in Summe das selbe m_f ergeben. Stöße, bei denen sich der Zustand der Atome ändert, werden *inelastische* Stöße genannt. In der Aufbereitung eines ultrakalten Quantengases hoher Dichte gilt es diese zu vermeiden, da die dabei freiwerdende Energie in der Größenordnung der Zeeman-Aufspaltung im MHz-Bereich liegt und damit viel größer ist als die typischen translatorischen Energien. Präparation des Ensemble in Zustände der Art $|F, m_F = \pm F\rangle$ kann inelastische Stöße in den meisten Fällen unterdrücken. Kernspin und Elektronenspin von Atomen in solchen so genannten gestreckten Zuständen sind parallel ($m_F = F$) oder antiparallel ($m_F = -F$) zueinander ausgerichtet. Bei Kollisionen gibt es keine andere Möglichkeit die Projektion m_f zu erhalten, als im gleichen Zeeman-Niveau m_F zu verbleiben. In den Versuchen, Cäsium in gestreckten Zuständen $|F = 4, m_F = 4\rangle$ [Söd98, Arl98] und $|F = 3, m_F = -3\rangle$ [GO98, Hop00] in magnetischen Fallen zu kondensieren, stellte sich heraus, dass auch Zustände mit unterschiedlichem ℓ schwach miteinander koppeln und es zu *Spinrelaxationen* in niederenergetischere Zustände und damit zu Teilchenverlust kommt. ^{133}Cs zeigt auf Grund seiner großen Masse im Vergleich zu leichteren Alkalimetallen starke relativistische Spin-Spin-Dipolkopplung und Spin-Orbit-Interaktion 2. Ordnung, was die Teilchenverluste in den magnetisch fangbaren *low field seeking states*, siehe Abb. 2.3, erklärte.

In unserem experimentellen Vorgehen werden die Atome in ihren absoluten Grundzustand $|F = 3, m_F = 3\rangle$ polarisiert [Mar07], in dem keine inelastischen Zweikörperstöße auftreten. In diesem high field seeking state muss das Ensemble in einer optischen Dipolfalle gehalten werden [Gri00]. Der Grundzustand weist keine interne Energie auf, wodurch es nur zu *elastischen* Zweikörperstößen kommt. Während des evaporativen Kühlvorgangs [Ket96] tragen diese hauptsächlich zur Thermalisierung des Gases bei und ermöglichen schließlich das Erreichen von Temperaturen im Nanokelvinbereich.

Elastischer Wirkungsquerschnitt

Die folgende Behandlung elastischer Streuung lehnt sich an die Darstellung im Review-Artikel [Bra06], wenn nicht anders gekennzeichnet. Weit vom Streuzentrum entfernt, $r \rightarrow \infty$, nimmt die stationäre Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung die Form $\psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} + f_k(\theta)e^{ikr}/r$, einer ebenen und einer sphärischen Welle an. Die auslaufende Kugelwelle kann nach Partialwellen unterschiedlicher

Drehimpulse⁸ $\ell=0, 1, 2, \dots$, entsprechend der Bezeichnung der Werte der elektronischen Bahndrehimpulse, nach s, p, d, \dots -Wellen entwickelt werden. In dieser Entwicklung wird die Streuamplitude $f_k(\theta)$ als Funktion der Phasenverschiebungen $\delta_\ell(k)$ der einzelnen Partialwellen jeweiliger Drehimpuls-Quantenzahlen ℓ und Legendre-Polynomen, $f_k(\theta) = 1/k \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta)$, ausgedrückt. Für identische Bosonen (Fermionen), womit gleichartige Atome im gleichen Hyperfein- oder Zeeman-Zustand gemeint sind, streuen aus Symmetriegründen nur Beiträge gerader (ungerader) Drehimpulsquantenzahl ℓ . Bei kurzreichweitigem Zweikörperpotential konvergieren die Phasenverschiebungen $\delta_\ell(k)$ im niederenergetischen Limes des Wellenvektors, $k \rightarrow 0$, mit $k^{2\ell+1}$ gegen Null, wodurch der s -Wellen-Anteil $\ell = 0$ über höhere Partialwellen $\ell > 0$ dominiert und sich die Streuamplitude auf

$$f_0(k) = e^{i\delta_0(k)} \sin \delta_0(k)/k \quad (2.8)$$

reduziert. Zur Veranschaulichung entspricht für d -Wellen-Streuung von ^{133}Cs , $\ell = 2$, die energetische Höhe der Zentrifugalbarriere $\hbar^2 \ell(\ell+1)/(2\mu R^2)$ einer Temperatur von $192 \mu\text{K}$, die im ultrakalten Regime bei $T < 1 \mu\text{K}$ nicht überwunden werden kann [Her05]. Im Falle fermionischer Teilchen dominieren auf Grund des *Pauli-Prinzips* p -Wellen-Anteile.

Die s -Wellen-Phasenverschiebung niederenergetischer Bosonen $\delta_0(k)$ lässt sich in der so genannten *effective-range-Entwicklung* in Potenzen von k^2 als

$$k \cot \delta_0(k) = -1/a + \frac{1}{2} r_{\text{eff}} k^2 - \dots \quad (2.9)$$

ausdrücken. Der Term 0. Ordnung definiert die Streulänge a und r_{eff} ist die effektive Reichweite des Zweikörperpotentials. Zur Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts, kann für kurzreichweitige Potentiale der Term 0. Ordnung aus Gl. (2.9) in die s -Wellen-Streuamplitude, Gl. (2.8), eingesetzt werden. Für identische Bosonen gilt $d\sigma/d\Omega = |f_k(\theta) + f_k(\pi - \theta)|^2$. Integration über nur den halben Raumwinkel 2π , zur Berücksichtigung der Ununterscheidbarkeit der Teilchen, führt auf den für geringe Stoßenergien und kurzreichweitige Potentiale genäherten elastischen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{el} = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2}, \quad (2.10)$$

der sich für große atomare de Broglie-Wellenlängen $\lambda_{\text{dB}} = 2\pi/k \gg a$ auf

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma_{\ell=0}(k) = 8\pi a^2 \quad (2.11)$$

⁸Der Drehimpuls ℓ der Partialwellen sei nicht zu verwechseln mit dem elektronischen Bahndrehimpuls des einzelnen Atoms und dem Drehimpuls der Relativbewegung zweier Atome, für die die selbe Notation verwendet wird.

vereinfacht. Identische niederenergetische Bosonen verhalten sich demnach unabhängig ihrer inneren elektronischen Struktur wie elastisch stoßende harte Kugeln des Radius $|a|$. Unter Bedingungen großer Streu- und de Broglie-Wellenlängen, $ka \gg 1$, erreicht der Wirkungsquerschnitt ein Maximum von

$$\sigma_{\ell=0} \simeq 8\pi/k^2. \quad (2.12)$$

In der allgemeinen Streutheorie ist dies gleichbedeutend mit Erreichen des Maximalwerts des Elements der unitären Streumatrix $|S_\ell(k)| = f_\ell(k)/f_\ell(-k) \leq 1$ [Sch98] und wird deshalb als *Unitaritätslimes* bezeichnet. In diesem Limes ist die Stoßwahrscheinlichkeit der Atome in Abhängigkeit von der de Broglie-Wellenlänge $\lambda_{\text{dB}} = h/\sqrt{2mE_{\text{kin}}}$ und somit der mittleren kinetischen Energie $\langle E_{\text{kin}} \rangle$ der Atome begrenzt. Es folgen Einschränkungen in der Beobachtung von Verlustresonanzen bei großen Streulängen, denen durch Senkung der mittleren kinetischen Energie, und damit der Temperatur des atomaren Ensemble $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2}k_B T$ in gewissem Maße entgegengewirkt werden kann.⁹

Streulänge

Die s -Wellen-Streulänge gibt Auskunft über die Phasenbeziehung zwischen einlaufender und auslaufender Welle und konvergiert im niederenergetischen Limes $k \rightarrow 0$ gegen einen konstanten Wert,

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k} = a, \quad (2.13)$$

wobei $a > 0$ repulsiver Wechselwirkung, und $a < 0$ attraktiver Wechselwirkung entspricht. Bei $a = 0$ tritt der *Ramsauer-Townsend-Effekt* auf. Einlaufende und auslaufende Wellen interferieren destruktiv, wodurch keine Streuung beobachtet wird. Das Vorzeichen der Streulänge rechnerisch zu ermitteln ist komplexer als die bisherigen Betrachtungen, da Interferenzeffekte berücksichtigt werden müssen [Bra06].

Die Phasenverschiebung enthält Informationen über das Wechselwirkungspotential, während die Streulänge nur die Interaktion der Teilchen beschreibt. Die natürliche Streulänge eines Atoms im feldfreien Raum selber hängt jedoch sehr sensitiv vom Zweikörperpotential ab. Jeder Hyperfeinzustand weist eine eigene Streulänge a_{F,m_F} auf, welche entsprechend paralleler oder antiparalleler Ausrichtung der Elektronenspins mit der Singulett- oder Triplett-Streulänge a_S bzw. a_T assoziiert ist. Die bezüglichen Born-Oppenheimer-Potentiale gehen asymptotisch in das van-der-Waals-Potential über, wodurch auch die Polarisierbarkeit der Atome mit dem Koeffizienten C_6 Einfluss auf die Streulänge nimmt. Für Cs wurden die Streulängen zu $a_S=280.37 a_0$ und $a_T=2440 a_0$ bestimmt [Chi04].

⁹Für eine bestimmte mittlere kinetische Energie sind viele thermische Geschwindigkeitsverteilungen möglich [Met99], wodurch die übliche Gleichsetzung von $\langle E_{\text{kin}} \rangle$ und T erst nach Thermalisierung des Ensemble durch elastische Stöße zu verstehen ist.

Die Streulänge lässt sich weiters mit dem letzten gebundenen Zustand des Zweikörperpotentials in Verbindung bringen. Ist das Potential derart, ein äußerst schwach gebundenes Dimer zu tragen, so ist die Streulänge groß und positiv. Liegt die Bindungsenergie eines Dimers geringfügig im Bereich des Streukontinuums, so ist sie groß und negativ. Fällt ein Zustand energetisch auf die Grenze zwischen Streukontinuum und Dissoziationsschwelle zu freien Atomen, so divergiert die Streulänge, was als *zero-energy*-Resonanz bezeichnet wird. Dieses Phänomen ist mit dem *Levinson-Theorem* verbunden, welches bei stetiger Erhöhung der Potentialtiefe die Assoziation von Bindungszuständen aus dem Kontinuum in Perioden der Phasenverschiebung beschreibt.

Universelles Dimer

Die Betrachtung im vorherigen Absatz kann auch umgekehrt formuliert werden: Bei großer Streulänge existiert ein schwach gebundenes Dimer knapp unterhalb der Dissoziationsschwelle, dessen Bindungsenergie E_D in Gl. (2.2) angegeben ist. Die s -Wellen-Streuamplitude $f_0(k)$, Gl. (2.8), weist einen Pol bei $k = i/a$ auf, der einem gebundenen Zustand $\phi_D(r) \propto \exp(-\kappa r)/r$ der Energie $E_D = \hbar^2 \kappa^2 / m$, mit $\kappa = 1/a$ entspricht [Sch98]. Korrekturen zur Bindungsenergie skalieren in Ordnungen von $l_{\text{vdW}}/|a|$ und beinhalten in erster Linie die effektive Reichweite des Potentials [Bra06].

Die mittlere räumliche Ausdehnung des Dimers ergibt sich als Erwartungswert der normalisierten Ortswellenfunktion über die Wellenfunktion $\phi_D(r)$.

$$\langle r \rangle = 4\pi \int_0^\infty r^2 dr |\phi_D(r)|^2 = a/2. \quad (2.14)$$

Der mathematische Formalismus zur Ableitung der Eigenschaften dieses gebundenen Zustands ist nur unter der Voraussetzung $a \gg l_{\text{vdW}}$ gerechtfertigt. Dies bedeutet, dass die Ausdehnung des Dimers die klassische Reichweite des Wechselwirkungspotentials um Vielfaches übersteigt. Im Unterschied zu semiklassischen, weit ausgedehnten Objekten wie Rydberg-Atomen, deren Zusammenhalt auf der langreichweitigen Coulomb-Wechselwirkung beruht, ist die Begründung dieses Zustands rein quantenmechanisch und wird deswegen als *Halo-Dimer* bezeichnet [Jen04]. Beispiele hierfür sind das Deuteron, der Kern des Deuteriums, und das schwach gebundene Helium-Molekül $^4\text{He}_2$, bestehend aus zwei Helium-Dimeren [Köh06].

Die Wellenfunktion und die Bindungsenergie hängen bemerkenswerterweise von einem einzigen Parameter, der s -Wellen-Streulänge, ab und werden von Details des Wechselwirkungspotentials nicht beeinflusst. Bedingungen unter denen Halo-Dimere auftreten, werden deshalb mit dem Ausdruck *universelles Regime* zusammengefasst.

Die natürliche Streulänge ist sehr wohl vom Zweikörperpotential abhängig, doch kann sie in atomaren Ensembles an zero-energy Resonanzen, so genannter Feshbach-Resonanzen beliebig eingestellt werden. In ultrakalten Quantengasen ebnen Feshbach-Resonanzen den Weg zum universellen Regime und ermöglichen gleichzeitig die Bildung universeller Dimere.

2.3 Feshbach-Resonanzen

Unter einer Feshbach-Resonanz wird die Kopplung eines Streuzustands $|a\rangle$ mit einem unbesetzten Molekülzustand $|b\rangle$ verstanden, wobei a und b für die relevanten Quantenzahlen stehen. Die Zustände $|a\rangle$ und $|b\rangle$ der potentiellen Energien $E_a < E_b$ weisen unterschiedliche magnetische Momente auf und können auf Grund des Zeeman-Effekts in einem äußeren Magnetfeld B zu ihrer energetischen Entartung, $E_a = E_b$, gegeneinander verschoben werden. Koppeln die Zustände aneinander, so kommt es in der Nähe einer von $|a\rangle$ und $|b\rangle$ abhängigen Feldstärke B_0 zu einer resonanten Erhöhung des Streuquerschnitts und damit der Streulänge. Zustand $|a\rangle$ kann in Zustand $|b\rangle$ übergehen, was als magnetisch verstimmbare Feshbach-Resonanz bezeichnet wird [Fes58, Köh06].

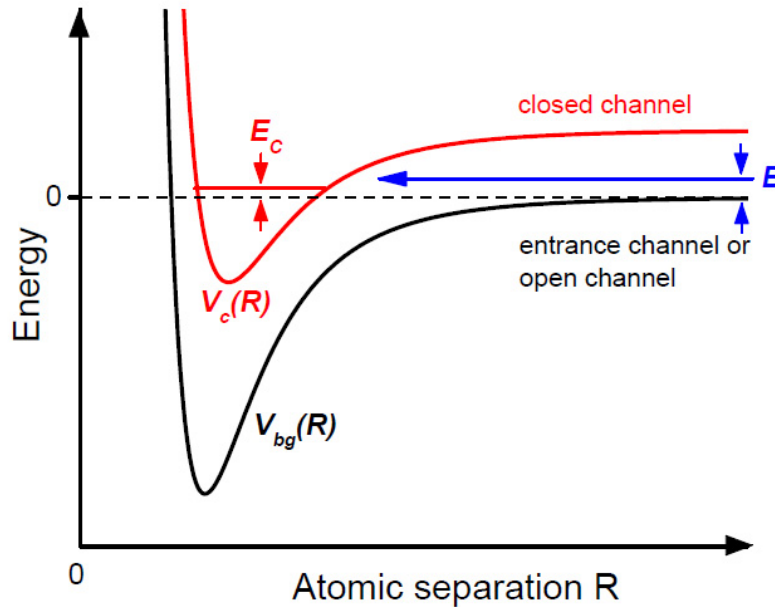


Abbildung 2.4: Veranschaulichung einer Feshbach-Resonanz anhand der Verläufe eines Streupotentials $V_{bg}(R)$ und eines Molekülpotentials $V_c(R)$ mit gebundenem Zustand der Energie E_c . Durch Änderung eines externen Magnetfelds, können die Potentiale bis zur Entartung des Streuzustands mit dem gebundenen Zustand gegeneinander verschoben werden. Können die Zustände aneinander koppeln, so tritt eine Feshbach-Resonanz auf. Abb. entnommen aus [Chi10].

Die in der Literatur zu findenden Bezeichnungen *closed-channel* ($|b\rangle$) und *open-* oder *entrance-channel* ($|a\rangle$) leiten sich von den möglichen Streukanälen der Atome ab, wobei closed auf den energetisch höheren verweist, der bei $B = 0$ vom energetisch niedrigeren aus nicht besetzt werden kann, siehe Abb. 2.4.

2.3.1 Veränderung der Streulänge

Das Verhalten der s -Wellen-Streulänge $a(B)$ in Abhängigkeit von B in der Nähe einer Feshbach-Resonanz kann mit der Gleichung

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \quad (2.15)$$

beschrieben werden [Moe95]. In Gl. (2.15) bezeichnet a_{bg} die Hintergrund-Streulänge, B_0 die Position der Resonanz und Δ die Breite der Resonanz zwischen Nulldurchgang der Streulänge und B_0 , siehe Abb. 2.5. Bei $B = B_0$ divergiert die Streulänge, wobei das Vorzeichen von der Richtung der Annäherung des Magnetfelds an B_0 , von der Hintergrundstreulänge a_{bg} und von Δ abhängt. Die

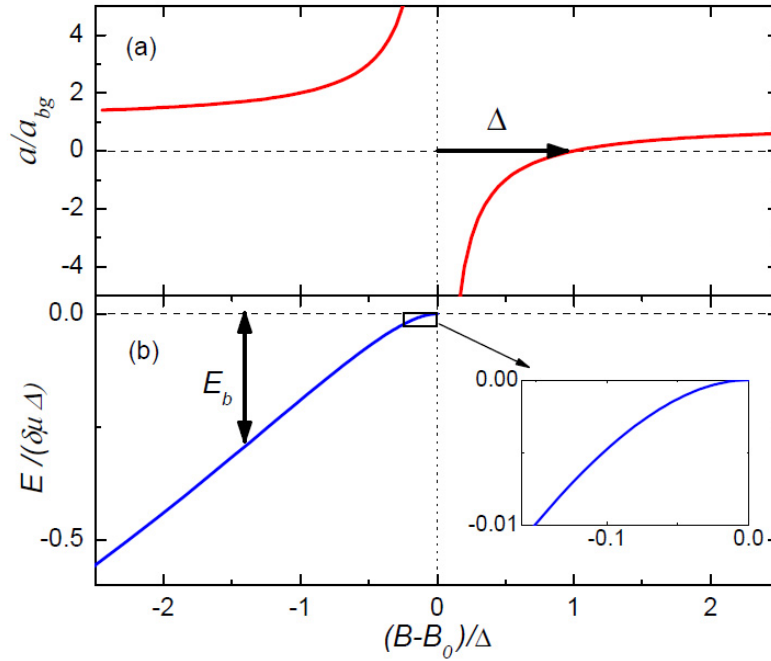


Abbildung 2.5: (a) zeigt den Verlauf einer durch die Hintergrundstreulänge a_{bg} normierten Streulänge in der Nähe einer Feshbach-Resonanz. (b) Die Bindungsenergie des schwach gebundenen Feshbach-Moleküls im Verhältnis zur Differenz der magnetischen Momente $\delta\mu$ der koppelnden Zustände. In der Vergrößerung ist der Bereich des universellen Regimes für $a > 0$ dargestellt, in dem das schwach gebundene Feshbach-Molekül als universelles Dimer betrachtet werden kann. Abb. entnommen aus [Chi10].

Hintergrundstreulänge ist wiederum abhängig vom letzten gebundenen Zustand des Streupotentials. Existiert knapp unterhalb der Dissoziationsschwelle zu freien Teilchen ein schwach gebundener Zustand, wie im Falle von Cäsium, so ist a_{bg} groß und positiv.

In Abb. 2.6 findet sich eine qualitative Gegenüberstellung der Verhalten des elastischen Wirkungsquerschnitts, der s -Wellen-Streulänge und der potentiellen Energie koppelnder Zustände als Funktion eines externen Magnetfeldes. Die volle Linie im unteren Fenster stellt die Energie des Zeeman-Niveaus dar, in welches das Ensemble präpariert ist, während die gestrichelten Linien die energetischen Verläufe zweier Molekülzustände angeben. Nahe der Kreuzung der Energieverläufe kommt es in Abhängigkeit von der Kopplungsstärke zwischen den Zuständen zur resonanten Erhöhung des Wirkungsquerschnitts und der Streulänge, wobei die Kreuzung links im Bild als stärkere Kopplung dargestellt ist und somit zu einer breiteren Feshbach-Resonanz führt. Bei Nulldurchgängen der Streulänge bricht der Wirkungsquerschnitt entsprechend des Ramsauer-Townsend-Effekts ein. Direkt an der Kreuzung der Energien ist die Divergenz der Streulänge und die Sättigung des Wirkungsquerschnitts im Unitaritätslimes zu sehen.

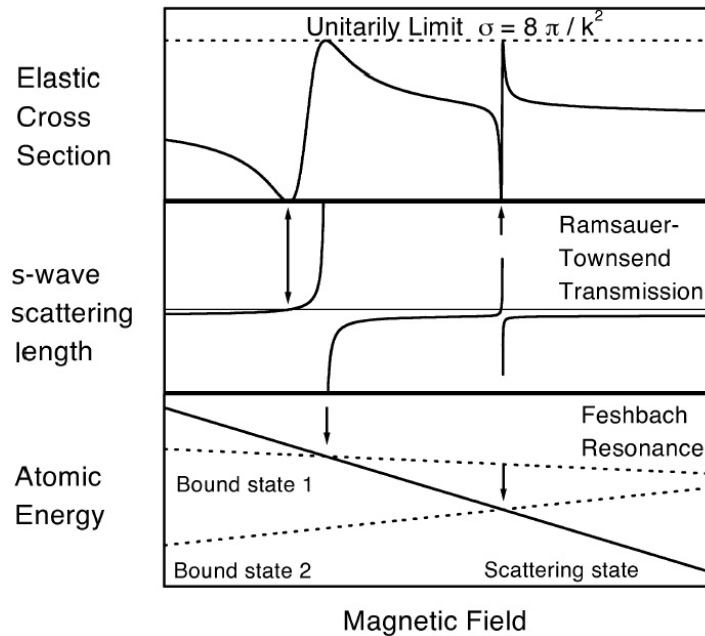


Abbildung 2.6: An den Kreuzungen zweier energetischer Verläufe kommt es je nach Kopplungsstärke der Zustände zu unterschiedlich ausgeprägten Feshbach-Resonanzen, wobei starke Kopplung zu einer breiten Resonanz führt. Divergiert die Streulänge, so sättigt der Wirkungsquerschnitt im Unitaritätslimes. Hat sie einen Nulldurchgang, so tritt der Ramsauer-Townsend-Effekt in Kraft. Abb. übernommen aus [Chi01].

2.3.2 Klassifizierung von Feshbach-Resonanzen

Feshbach-Resonanzen können bezüglich ihrer Breite Δ und somit über die Größe des Bereichs, in dem sich die Streulänge ins universelle Regime verstellen lässt, unterschieden werden. Breite Resonanzen werden *entrance-channel dominated* genannt, während schmale als *closed-channel dominated* bezeichnet werden [Chi10].

Zur Unterscheidung der beiden Fälle kann ein dimensionsloser Parameter η herangezogen werden, der neben der Breite Δ auch die Hintergrundstreulänge a_{bg} , die Differenz der magnetischen Momente der koppelnden Zustände $\delta\mu$ und die Reichweite des kurzreichweitigen Potentials berücksichtigt. Für

$$\eta = \frac{\bar{a}}{a_{\text{bg}}} \frac{\hbar^2/(m\bar{a}^2)}{\delta\mu\Delta} \ll 1 \quad (2.16)$$

liegt eine entrance-channel dominated Feshbach-Resonanz vor, und für $\eta \gg 1$ eine closed-channel dominated [Köh06]. Die mittlere Streulänge \bar{a} wurde von Gribakin und Flambaum als eine alternative Formulierung der van-der-Waals-Länge eingeführt [Gri93].

In einem einfachen Modell lässt sich eine Zweikanal-Hamilton-Funktion $H_{2\text{K}}$ definieren, in der entrance- und closed-channel als ungekoppelte Zustände angenommen werden, die über einen die Austausch- und relativistische Wechselwirkung beschreibenden Term $W(r)$ miteinander koppeln,

$$H_{2\text{K}} = \begin{pmatrix} H_a & W(r) \\ W(r) & H_b \end{pmatrix}.$$

H_a und H_b bezeichnen die Hamilton-Funktionen der einzelnen Kanäle und ϕ_i stellen die jeweiligen stationären Lösungen $H_i\phi_i = E_i\phi_i$, mit $i = a, b$ dar. Die Breite der Resonanz Δ lässt sich in dieser Darstellung als

$$\Delta = \frac{\pi}{ka_{\text{bg}}\delta\mu} |\langle \phi_b | W(r) | \phi_a \rangle|^2 \quad (2.17)$$

ausdrücken [Chi10]. Stark koppelnde Kanäle führen zu breiten Resonanzen und somit meist zu entrance-channel dominated Feshbach-Resonanzen. Eine Ausnahme ist beispielsweise die in ^7Li auftretende Resonanz bei $B_0 \approx 737$ G, die eine Breite Δ von etwa 200 G aufweist. Abseits der Resonanz ist die Streulänge $|a| \leq 0.4$ nm [Kha02], was auf eine äußerst geringe Hintergrundstreulänge a_{bg} zurückzuführen ist. Entsprechend des Kriteriums aus Gl. (2.16) liegt trotz großer Breite eine closed-channel dominated Resonanz vor. An Feshbach-Resonanzen dieser Kategorie ist das universelle Regime nur in einem kleinen Bereich um B_0 zugänglich. Die große Änderung $\partial a(B)/\partial B$ um B_0 macht es aus experimenteller Sicht unmöglich die Streulänge kontrolliert zu verändern. Closed-channel dominated Feshbach-Resonanzen eignen sich demnach weniger zur Untersuchung von

Phänomenen, die universell von der Streulänge abhängen, doch können sie zur Assoziation von Molekülen genutzt werden.

2.3.3 Feshbach-Moleküle

An Feshbach-Resonanzen gebildete Dimere sind schwach gebundene Moleküle weiter räumlicher Ausdehnung in hoch angeregten Vibrationsniveaus. Bei großer Streulänge kann die Bindungsenergie von Feshbach-Molekülen $E_{v,\ell}$ nahe der Dissoziationsschwelle mit

$$E_{-1,0} = \frac{\hbar^2}{m(a - \bar{a})^2} \quad (2.18)$$

angegeben werden. Gl. (2.18) beinhaltet eine die van-der-Waals-Wechselwirkung berücksichtigende Korrektur zur Energie des universellen Dimers, Gl. (2.2), durch die mittlere Streulänge \bar{a} [Chi10]. Die Indizes in Gl. (2.18) beziehen sich auf die Vibrationsquantenzahl des Moleküls v und die Drehimpulsquantenzahl der Relativbewegung der ursprünglich separierten Atome. In der Molekülphysik ist es üblich, Vibrationen gebundener Zustände des Zweikörperpotentials vom Grundzustand, $v = 0$, zur Dissoziationsschwelle aufsteigend zu nummerieren und die jeweilige molekulare Rotationsquantenzahl J anzugeben. In der Terminologie der Feshbach-Moleküle wird die Vibration vom letzten gebundenen Zustand aus absteigend nummeriert, $v = -1, -2, -3, \dots$, und die Drehimpulsquantenzahl der Relativbewegung ℓ angegeben. Für Moleküle, bestehend aus bosonischen Atomen im gleichen Zeeman-Niveau, kommen nur geradzahlige Werte, $\ell = 0, 2, 4, \dots$, vor. Sie werden in Anlehnung an die Nomenklatur elektronischer Bahndrehimpulse als s -, d -, g -, ...-Wellen-Moleküle bezeichnet.

Große internukleare Abstände in Feshbach-Molekülen legen die Darstellung der Kopplung in der Atombasis $|(F_1 F_2) f \ell F M\rangle$ nahe. In dieser Basis werden die Moleküle als Verbund zweier weitgehend isolierter Atome betrachtet, deren atomare Gesamtdrehimpulse $F_1 + F_2 = f$ mit dem Drehimpuls der Relativbewegung ℓ zu einem molekularen Gesamtdrehimpuls $F = f + \ell$ koppeln. Die die gesamte Interaktion beschreibende Hamilton-Funktion erhält die molekulare Gesamtdrehimpulsquantenzahl F , sowie die Projektionen m_f und m_ℓ . Im äußeren Feld ist nur die Projektion $M = m_f + m_\ell$ von F auf die Feldachse erhalten. Die Austauschwechselwirkung konserviert die Quantenzahlen f und ℓ , während relativistische Beiträge molekulare Zustände unterschiedlicher f und ℓ schwach miteinander koppeln. Für leichte Alkalimetalle spielen relativistische Effekte eine untergeordnete Rolle. In Rb haben die Beiträge der Spin-Spin-Dipolwechselwirkung und der Spin-Orbit-Interaktion 2. Ordnung unterschiedliche Vorzeichen und heben sich somit weitgehend auf. In Cs hingegen führen relativistische Beiträge zu einer außergewöhnlich großen Zahl an d - und g -Wellen-Feshbach-Resonanzen.

Kreuzen sich Zustände gleichem f und ℓ , so kommt es auf Grund der starken Austauschwechselwirkung zu großen vermiedenen Kreuzungen oder zu breiten Feshbach-Resonanzen. Schmale Resonanzen entstehen an Kreuzungen unterschiedlicher f und ℓ . Die schwächeren relativistischen Interaktionen koppeln Zustände mit $\Delta\ell \leq 4$. Resultierende Feshbach-Resonanzen werden entsprechend der Drehimpulse ℓ der involvierten Zustände als s -, d -, g -, ...-Wellen-Resonanzen bezeichnet, wobei im Falle unterschiedlicher ℓ der höhere Drehimpuls herangezogen wird.

2.4 Cäsium-Molekülstruktur

Ausgangspunkt der Experimente sind etwa 4×10^5 spinpolarisierte Cäsium-Atome im Hyperfeingrundzustand $|F = 3, m_F = 3\rangle$. Im ultrakalten Regime tritt nur s -Wellen-Streuung auf. Der anfängliche Streuzustand im externen Feld ist demnach mit $|f = 6, m_f = 6; \ell = 0, m_\ell = 0\rangle$ charakterisiert. Molekülzustände, die an den Streuzustand koppeln können, erfüllen $m_f + m_\ell = 6$ [Mar07]. Im Folgenden werden molekulare Zustände und Feshbach-Resonanzen unterhalb der Dissoziationsschwelle zu freien $|F = 3, m_F = 3\rangle$ Atomen betrachtet.

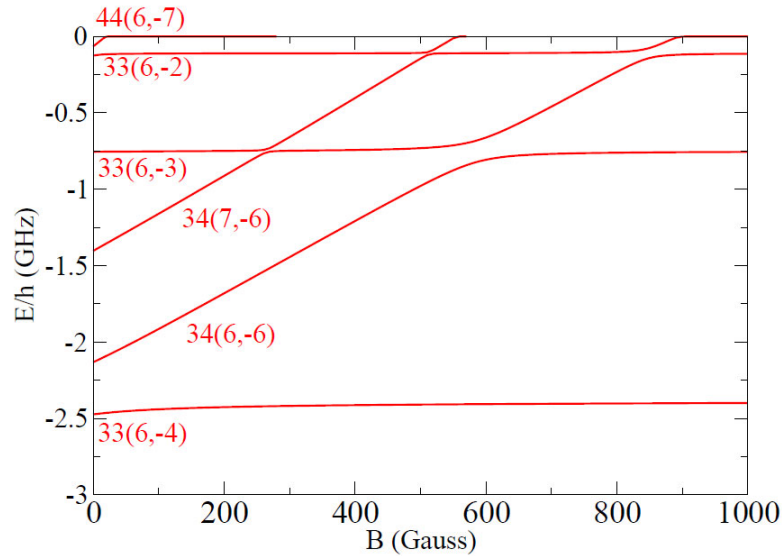


Abbildung 2.7: Molekulare s -Wellenzustände unterhalb der Dissoziationsschwelle, $E < 0$, in Abhängigkeit eines externen Feldes bis 1000 G. Angegeben werden die Quantenzahlen $F_1 F_2(f, v)$, wobei v die Vibrationsquantenzahl ist. 3,3 Zustände verlaufen auf Grund ihrer gleichen magnetischen Momente wie freie $|F = 3, m_F = 3\rangle$ Atome parallel zur Dissoziationsschwelle. 3,4 und 4,4 Zustände kreuzen diese und führen zu großen vermiedenen Kreuzungen. Abb. bereitgestellt von E. Tiesinga und P. Julienne, NIST.

In Abb. 2.7 sind die Bindungsenergien der s -Wellenzustände in Abhängigkeit eines externen Magnetfelds über einen großen Bereich bis 1000 Gauss¹⁰ dargestellt. Die Zustände werden mit den Quantenzahlen $F_1 F_2(f, v)$ unterschieden, wobei die Vibrationsquantenzahl $v = -1$ den letzten gebundenen Zustand im Zweikörperpotential zweier Atome $F_1 F_2$ bezeichnet.

Molekulare Zustände mit $F_1, F_2 = 3, 3$ verlaufen parallel zur Dissoziationschwelle, da sie die selben magnetischen Momente aufweisen wie $|F = 3, m_F = 3\rangle$ Atome. 3,4 und 4,4 Zustände kreuzen diese und führen zu starken vermiedenen Kreuzungen. Der Zustand 33(6,-1) liegt knapp unterhalb der Dissoziationschwelle und ist in Abb. 2.7 auf Grund seiner geringen Bindungsenergie nicht aufgelöst. Er ist die Ursache für die große Hintergrundstreulänge von Cäsium, $a_{bg} = 1720 a_0$ [Lee07]. Die Kreuzungen dieses Zustands mit den Zuständen anderer magnetischer Momente, 44(6,-7), 34(7,-6) und 34(6,-6), führen zu großen

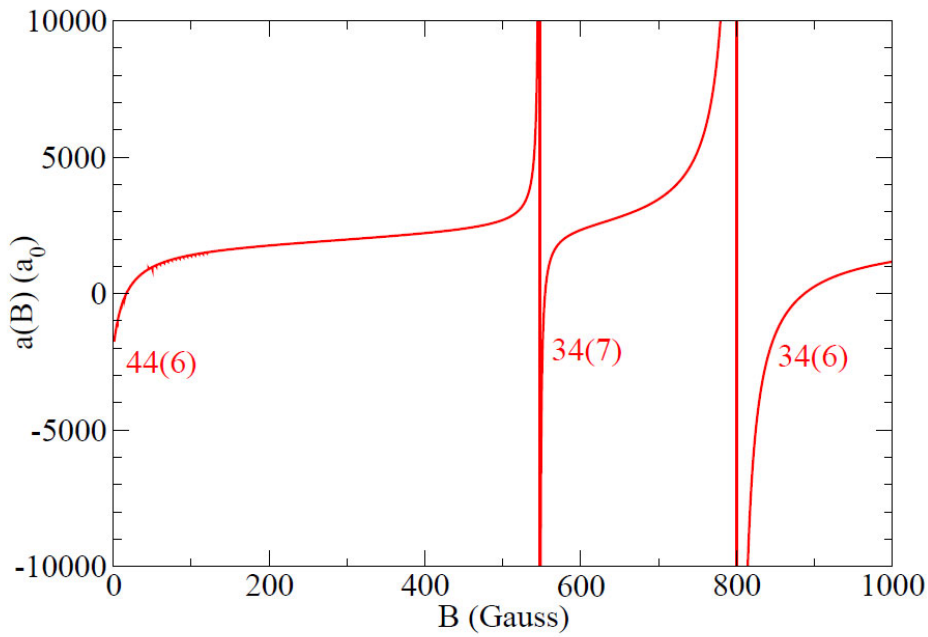


Abbildung 2.8: s -Wellen-Streulänge als Funktion des äußeren Feldes. Die drei großen s -Wellen-Feshbach-Resonanzen für Cäsium liegen bei -11,7 G, 550 G und 800 G. Sie entstehen durch Kreuzung des energetischen Verlaufs des letzten gebundenen Zustands 33(6,-1) mit denen der Zustände 44(6,-7), 34(7,-6) und 34(6,-6). Von der Resonanz 44(6) bei -11,7 G ist nur der Ausläufer zu sehen. Abb. bereitgestellt von E. Tiesinga und P. Julienne, NIST.

¹⁰1 G $\hat{=}$ 10^{-4} T. Die in der Atom- und Molekülphysik übliche Angabe von magnetischen Flussdichten B erfolgt aus praktischen Gründen in Gauss anstatt in Tesla. Weiters ist mit magnetischer Feldstärke meist die magnetische Flussdichte B gemeint, die korrekterweise mit der Feldstärke \vec{H} über $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ zusammenhängt, wobei μ die magnetische Permeabilität ist.

s -Welle-Feshbach-Resonanzen bei -11,7 G, 550 G und 850 G, siehe Abb. 2.8. Diese drei Resonanzen rühren von der starken Austauschwechselwirkung und weisen Breiten Δ von einigen zehn Gauss auf. Sie sind entsprechend des Kriteriums aus Gl. (2.16) die einzigen open-channel dominated Resonanzen in Cäsium im betrachteten Magnetfeldbereich. Von der Resonanz 44(6) ist nur der Ausläufer zu sehen. Um die gesamte Resonanz zur Änderung der Streulänge verwenden zu können, müsste das Vorzeichen des Magnetfelds geändert werden. Dabei würden die Atome in den gespiegelten Zustand $|F = 3, m_F = -3\rangle$ übergehen und starken inelastischen Stößen unterliegen, was große Teilchenverluste zur Folge hätte. Anders formuliert existiert bei 11,7 G eine s -Wellen-Feshbach-Resonanz für Atome im Zustand $|F = 3, m_F = -3\rangle$.

Die Betrachtung der Kopplung molekularer Zustände unterschiedlicher f und ℓ führt in Cäsium zu einer reichhaltigen Fülle an closed-channel dominated d - und g -Wellen-Feshbach-Resonanzen, siehe Abb. 2.9. Relativistische Effekte lassen Zustände mit $\ell \leq 4$ an die Dissoziationsschwelle koppeln. Die dominierende Wechselwirkung für d -Wellen-Moleküle ist die Spin-Spin-Dipolinteraktion, die auf Resonanzen der Breite einiger hundert mG führt. g -Wellen-Resonanzen entstehen hauptsächlich durch die schwächere Spin-Orbit-Wechselwirkung 2. Ordnung. Die resultierenden Resonanzen weisen typische Breiten von einigen mG auf [Mar07]. Die Kopplung höherer Zustände ist nicht ausreichend genug, um experimentell

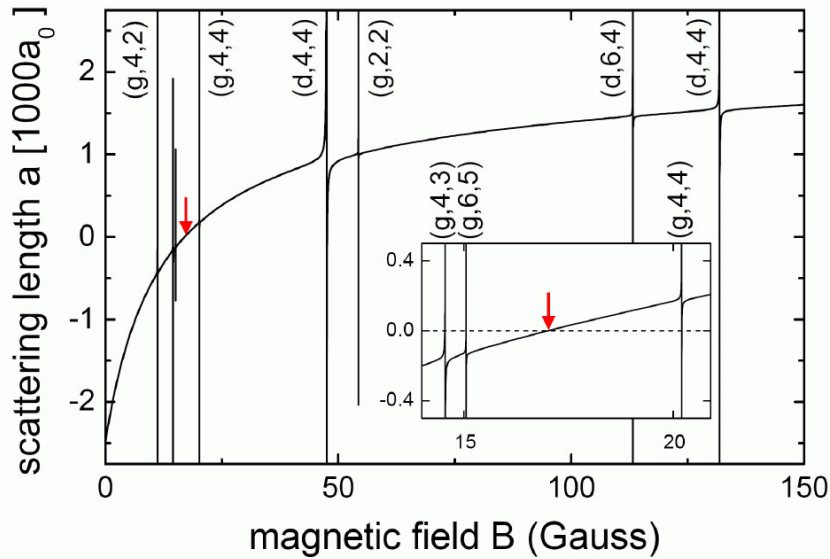


Abbildung 2.9: s -Wellen-Streulänge als Funktion des äußeren Feldes im experimentell bisher zugänglichen Bereich von 0 G bis 150 G. Der globale Verlauf der Streulänge in Richtung höherem Magnetfeld ist durch den Ausläufer der s -Wellen-Feshbach-Resonanz bei -11,7 G bestimmt. Weiters zu sehen sind 3 d -Wellen- und 5 g -Wellen-Resonanzen. Die Zustände sind mit (ℓ, f, m_f) angegeben. Der rote Pfeil kennzeichnet einen Nulldurchgang der Streulänge. Abb. entnommen aus [Her05].

beobachtet werden zu können, doch können g -Wellen-Moleküle an Kreuzungen zu l -Wellen-Molekülen adiabatisch in diese übergeführt werden [Kno08]. Der rote Pfeil in Abb. 2.9 zeigt auf den Nulldurchgang der Streulänge bei etwa 17 G. In diesem Bereich lässt sich die Wechselwirkung zwischen anziehender und abstoßender durch Variieren des äußern Feldes kontinuierlich einstellen.

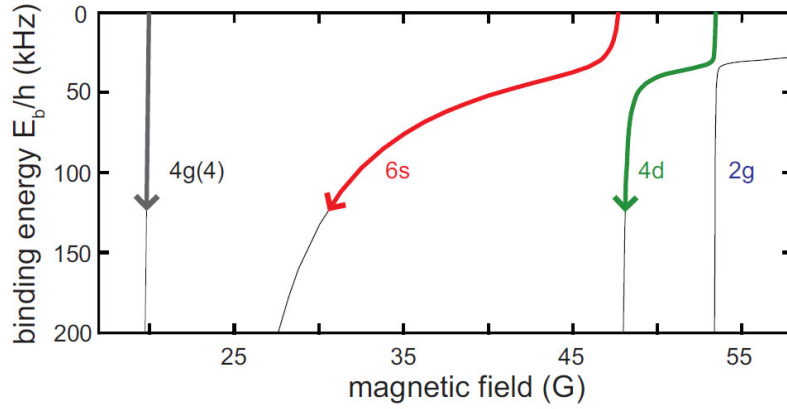


Abbildung 2.10: Bindungsenergien von Molekülzuständen als Funktion des externen Feldes. Zur Formierung eines universellen Dimers kann die d -Wellen Resonanz bei 47,9 G, oder die g -Wellen Resonanz bei 53,4 G verwendet werden. Vermiedene Kreuzungen rechts im Bild führen die Moleküle in den $6s$ -Zustand oder den $4d$ -Zustand. Abb. entnommen aus [Mar07].

Zur Assoziation von Feshbach-Molekülen wurden bisher die beiden g -Wellen-Resonanzen bei 19,8 G und 53,4 G und die d -Wellen-Resonanz bei 47,9 G verwendet, siehe $(g, 4, 4)$, $(g, 2, 2)$ und $(d, 4, 4)$ in der Notation (ℓ, f, m_f) in Abb. 2.9. Die Kopplung an der g -Wellen-Resonanz bei 19,8 G führt zu g -Wellen-Molekülen, während die Assoziation an der d -Wellen-Resonanz auf Grund einer vermiedenen Kreuzung zu $6s$ -Molekülen führt, siehe Abb. 2.10. Ähnliches geschieht an der g -Wellen-Resonanz bei 53,4 G, an der es über zwei vermiedene Kreuzungen zuerst zur Formierung von $6s$ -Molekülen und dann zu $4d$ -Molekülen kommt. Da im äußeren Feld die Projektion $m_f + m_\ell = 6$ erhalten bleibt, ist es nicht notwendig $|f, m_f; \ell, m_\ell\rangle$ vollständig anzugeben, es genügt die Angabe von $f\ell(m_f)$. Molekülzustände mit $m_f = f$ und $m_\ell = \ell$, werden mit $f\ell$ notiert. Feshbach-Moleküle, die universellen Dimeren entsprechen, können über die Resonanzen bei 47,9 G und 53,4 G gebildet werden. Mit diabatischen Magnetfeldrampen können die Moleküle über vermiedene Kreuzungen entlang des $6s$ -Zustands zu größerer Streulänge geführt werden [Mar08].

2.5 Experimentelle Efimov-Physik

Trotz der vielfachen theoretischen Bestätigung Efimovs Arbeit, stellte sich die experimentelle Beobachtung und die eindeutige Identifikation des Efimov-Effekts als äußerst schwierig heraus. Seit 1977 wurden Trimere aus ^4He -Atomen als aussichtsreiche Kandidaten betrachtet. Helium-Trimere im Grundzustand, die als Efimov-Zustände angesehen werden, konnten an Streuexperimenten von kalten ^4He -Atomen an Beugungsgittern beobachtet werden, höher angeregte Zustände jedoch nicht. Eine eindeutige Signatur der Efimov-Physik konnte in diesen Experimenten nicht gefunden werden.

In den späten 1990ern erschloss sich in ultrakalten Quantengasen die Möglichkeit, die Streulänge von Atomen an Feshbach-Resonanzen zu verändern. Schon im Jahre 1999 vermutete die Forschungsgruppe in Stanford um Steven Chu, Nobelpreisträger und heutiger US-Energieminister, Hinweise auf Efimov-Trimere in deren Cäsium-Experimenten gefunden zu haben [Fer10]. Der erste aussagekräftige Nachweis von Efimov-Zuständen gelang in Innsbruck, ebenfalls mit Cäsium-Atomen, doch bei weit geringeren Temperaturen einiger zehn Nanokelvin [Kra06a]. Weitere experimentelle Erfolge in Innsbruck schürten das Interesse anderer Forschungsgruppen und führten speziell im letzten Jahr zu einer Reihe eindrucksvoller Veröffentlichungen.

2.5.1 Dreikörper-Rekombination

Der Nachweis von Efimov-Zuständen in ultrakalten Quantengasen basiert auf der Beobachtung charakteristischer Änderungen der Teilchenverlustraten als Funktion der Streulänge a . Teilchenverluste aus magnetischen oder optischen Fallen sind hauptsächlich auf inelastische Zwei-, Drei- und Vierkörperstöße zurückzuführen. Die nach solchen Stößen freigesetzten Energien übersteigen übliche Fallentiefen um Größenordnungen und führen zu Entkommen der involvierten Teilchen. Die Änderung der Teilchendichte n nach der Zeit t kann mit

$$\frac{dn}{dt} = -L_2 n^2 - L_3 n^3 - L_4 n^4 \quad (2.19)$$

ausgedrückt werden, wobei L_N die durchschnittlichen inelastischen Stoßraten von N -Körpern darstellen. Inelastische Zweikörperstöße können durch Präparation der Atome in gestreckte Zustände $|F, m_F = \pm F\rangle$ oder, wie in unserem Fall, in den Grundzustand $|F, m_F\rangle = |3, 3\rangle$ vermieden werden. Inelastische Dreikörperstöße führen zu so genannter Dreikörper-Rekombination $A + A + A \rightarrow A_2 + A$. Bei Stößen dreier Teilchen A gehen zwei Atome in unterschiedlich stark gebundene Dimere A_2 über. Die freiwerdende Energie überträgt sich als kinetische Energie zu $2/3$ auf das Dimer und zu $1/3$ auf das verbleibende Atom und führt meist zu Verlust aller beteiligten Teilchen [Web03c]. Im resonanten Regime, $|a| \gg l_{vdW}$,

lässt sich die Dreikörper-Rekombinationsrate mit einem dimensionslose Faktor C als

$$L_3 = \frac{3C\hbar a^4}{m} \quad (2.20)$$

ausdrücken. Die in [Esr99, Nie99, Bed00] vorausgesagte a^4 -Abhängigkeit wurde in [Web03c] experimentell bestätigt.

Theoretische Arbeiten legten eine Verbindung zwischen Dreikörper-Rekombination und universeller Physik, wie dem Efimov-Effekt, nahe. Sie zeigten, dass bei einem nicht näher bekannten großen negativen Wert der Streulänge a_- ein Maximum der Dreikörper-Rekombinationsrate L_3 beobachtet werden könne [Nie99, Esr99, Bra06]. Weitere Maxima würden bei $22,7 a_-$, $22,7^2 a_-$, ... auftreten. Für große positive Streulängen wurden Minima in der Dreikörper-Rekombinationsrate vorausgesagt, die von a_+ ausgehend ebenfalls mit dem Efimov-Faktor $e^{\pi/s_0} \approx 22,7$ skalieren.

Die Ursache der Maxima im Bereich $a < 0$ lässt sich mittels Abb. 2.11 am Beispiel von Cäsium anschaulich begründen. Die rote Kurve stellt das von Efimov abgeleitete Potential der $1/R^2$ -Charakteristik zwischen r_0 und $|a|$ dar, wobei $R = \sqrt{\frac{2}{3}(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2)}$ der Hyperradius dreier Teilchen ist. Drei freie Atome

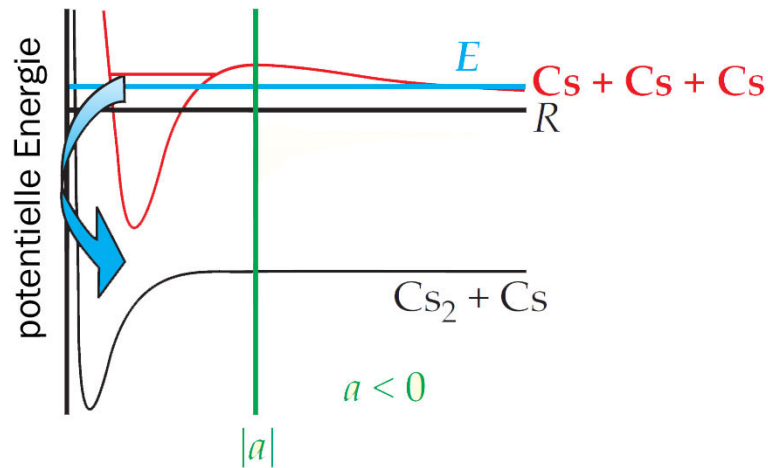


Abbildung 2.11: Veranschaulichung der Dreikörper-Rekombinationsmaxima im Bereich $a < 0$. Drei freie Teilchen (blaue Linie) können durch die Potentialbarriere bei $|a|$ in das Dreikörperpotential (rote Kurve) tunneln und von dort in das Zweikörperpotential (schwarze Kurve) rekombinieren. Bei einer bestimmten Streulänge entartet die Energie eines Efimov-Zustands (rote Linie) mit der Energie freier Teilchen und es kommt zu einer erhöhten Tunnelwahrscheinlichkeit und somit zu einer resonanten Erhöhung der Dreikörper-Rekombinationsrate, was als triatomare Efimov-Resonanz bezeichnet wird. Abb. entnommen aus [Gre10].

me geringer positiver Energie von einigen zehn Nanokelvin (blaue Linie) können durch die Zentrifugalbarriere bei $|a|$ tunneln und entsprechend der Rate aus Gl. (2.20) in das energetisch tiefere Atom-Dimer-Potential rekombinieren. Bei einer bestimmten Streulänge entartet die Energie eines Efimov-Zustands (rote horizontale Linie) mit der Energie freier Teilchen, wodurch sich die Tunnelwahrscheinlichkeit, und somit die Rekombinationsrate resonant erhöht [Gre10]. Diese triatomare Efimov-Resonanz kann als Feshbach-Resonanz dreier Atome interpretiert werden [Sto05].

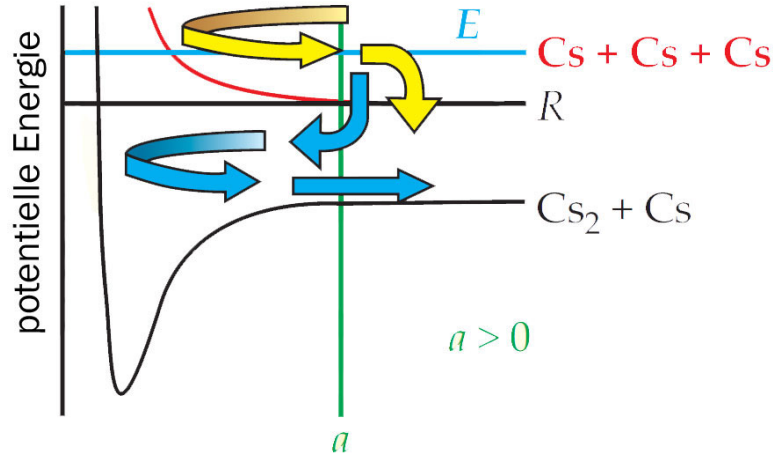


Abbildung 2.12: Minima in der Rekombinationsrate entstehen durch destruktive Interferenz zweier Rekombinationsprozesse bei bestimmten Streulängen $a > 0$, gekennzeichnet durch gelbe und blaue Pfeile. Im ersten Prozess prallen freie Atome am rein repulsiven Dreikörper-Kontinuumspotential (rote Kurve) ab und rekombinieren bei $R \approx a$. Im zweiten Prozess prallen die Atome vom repulsiven Anteil des Atom-Dimer-Potentials (schwarze Kurve) ab. Abb. entnommen aus [Gre10].

Minima in L_3 entstehen durch die Überlagerung zweier Rekombinationsprozesse bei $R \approx a$, siehe Abb. 2.12. Im Bereich großer positiver Streulänge existiert ein Efimov-Potential (nicht eingezeichnet) neben mehreren Kontinuumspotentialen [D'I05]. Die letzteren sind rein repulsiv, wovon eines in der Darstellung abgebildet ist (rote Kurve). In dem einen Prozess prallen freie Teilchen vom Kontinuumspotential ab und können bei steigendem R ins Atom-Dimer-Potential relaxieren (gelbe Pfeile). Im anderen Prozess gehen die freien Teilchen bei $R \approx a$ ins Atom-Dimer-Potential über und prallen von dessen repulsivem Anteil bei $R \ll a$ ab (blaue Pfeile). Bei gewissen Werten der Streulänge interferieren die beiden Prozesse destruktiv und konstruktiv. Es kommt zu Minima und Maxima in der Rekombinationsrate, wobei in der Literatur meist auf Minima eingegangen wird.

2.5.2 Beobachtung in ultrakalten Quantengasen

Triatomare Efimov Resonanz

Der von Krämer et. al. präsentierte erste experimentelle Nachweis von Efimov-Zuständen zeigt die Dreikörper-Rekombinationslänge $\rho_3 = [2m/(\sqrt{3}\hbar)L_3]^{1/4}$ als Funktion der Streulänge. Diese Darstellung der Messdaten bringt den Vorteil der Linearisierung der a^4 -Abhängigkeit von $L_3 = 3C(a)\hbar a^4/m$, siehe gerade Linien in Abb. 2.13. Die Streulänge wurde durch Variieren eines externen Magnetfelds B im Bereich zwischen 0 G und 150 G verändert. Bei $a_- = -850 a_0$ ($B = 7,5$ G) ist die erste triatomare Efimov-Resonanz als Abweichung vom linearen Verlauf der Rekombinationslänge zu sehen. Dargestellt sind Messwerte zweier voneinander unabhängiger experimenteller Aufbauten bei unterschiedlichen Temperaturen zwischen 10 nK und 250 nK. Je geringer die Temperatur, desto stärker der Effekt.

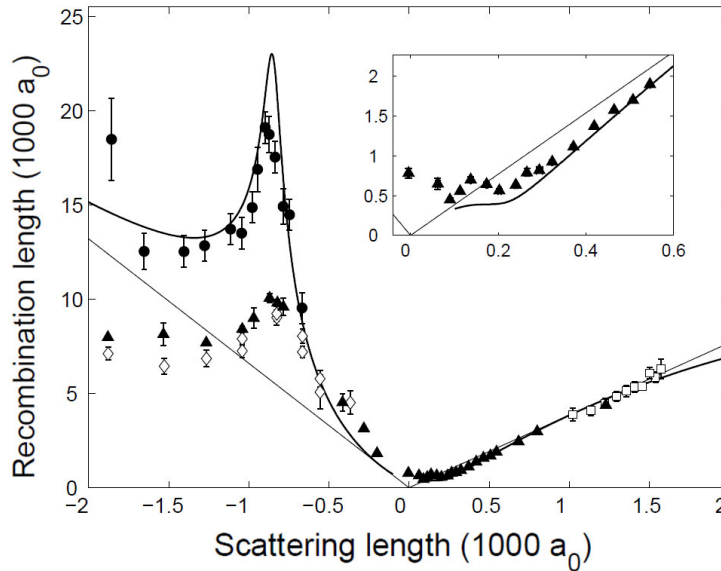


Abbildung 2.13: Dreikörper-Rekombinationslänge ρ_3 als Funktion der Streulänge a . Bei $a_- = -850 a_0$ ist die erste triatomare Efimov-Resonanz als deutliche Abweichung vom linearen Verlauf der Rekombinationslänge (gerade Linien) zu sehen. Die Punkte und Dreiecke zeigen die Messwerte von Experiment 1 bei Anfangstemperaturen von 10 nK bzw. bei 200 nK. Die Rauten zeigen Messwerte von Experiment 2 bei Temperaturen von 250 nK. Die Quadrate zeigen Messwerte einer zu diesem Zeitpunkt älteren Messung zwischen 250 nK und 450 nK. Die durchgezogenen Kurven ergeben sich als Fit eines analytischen Modells für $C(a)$. In der Vergrößerung ist das erste Rekombinationsminimum bei $a = 210 a_0$ zu sehen. Abb. entnommen aus [Kra06a].

An der dafür verwendeten s -Wellen-Feshbach-Resonanz 44(6), siehe Abschnitt Cäsium Molekülstruktur Abb. 2.8, konnte die Streulänge nur zwischen den Werten $-2500 a_0$ und $1600 a_0$ verändert werden. Entsprechend Gl. (2.4) ist in diesem

Bereich mit $r_0 \hat{=} l_{vdW} = 101 a_0$ für Cäsium nur eine triatomare Efimov-Resonanz zu erwarten. Das logarithmisch periodische Verhalten von $C(a) = C(22.7a)$ der Dreikörper-Rekombination, eine Signatur der Efimov-Physik, konnte deshalb nicht beobachtet werden. Ausschlaggebend für die Identifikation der Resonanz als Efimov-Resonanz war das unter diesen Bedingungen auftretende Minimum von ρ_3 , siehe Vergrößerung in Abb. 2.13. Für negative Streulängen konnte ein analytischer Ausdruck $C(a < 0) = 4590 \sinh(2\eta_-)/[\sin^2[s_0 \ln(|a|/a_-)] + \sinh^2(\eta_-)]$ gefunden werden, wobei η_- die Zerfallsrate der Efimov-Trimere ist und somit der Breite der Resonanz entspricht [Bra01, Bra06]. Für $T \approx 10\text{nK}$ zeigt der Fit dieser Gleichung eine bemerkenswerte Übereinstimmung mit den Messwerten und bestimmt die Resonanzposition auf $a_- = -850(20) a_0$ und den Zerfallsparameter auf $\eta_- = 0,06(1)$ [Kra06a].

Im Bereich positiver Streulängen wurden die Messdaten mit dem analytischen Ausdruck $C(a > 0) = 67,1e^{-2\eta_+} (\cos^2[s_0 \ln(a/a_+)] + \sinh^2(\eta_+)) + 16,8(1 - e^{-4\eta_+})$ angepasst [Bra06]. Für ein Maximum in $C(a)$ ergab der Fit der Messpunkte den Wert $a_+ = 1060(70) a_0$. Entsprechend der Theorie müsste ein Minimum bei $\sqrt{22,7} \times a_+ \approx 5000 a_0$ und eines bei $a_+/\sqrt{22,7} \approx 220 a_0$ zu finden sein. Ersteres liegt außerhalb des experimentell zugänglichen Werts der Streulänge und zweites deckt sich mit dem aus der Messung hervorgehenden Minimum bei $210 a_0$. Auf Grund der geringen Streulänge liegt das Minimum nicht im universellen Regime, dennoch wird es mit der universellen Theorie in guter Übereinstimmung beschrieben. Verlustratenmessungen unter Nutzung der Feshbach-Resonanzen bei 550 G und 800 G werden tiefere Einblicke ins universelle Regime liefern können.

Nebenbei bemerkt wurde das Minimum bei $a = 210 a_0$ bereits 2004 dazu verwendet die Bose-Einstein-Kondensation von Cäsium zu optimieren [Kra04]. Geringere Verlustraten führen zu effizienterem Verdampfungskühlen und ermöglichen dadurch die Erzeugung größerer BECs.

Atom-Dimer-Efimov-Resonanz

Im Jahre 2008 konnte die Bildung von Efimov-Trimern aus schwach gebundenen Cs_2 -Molekülen und freien Cs-Atomen bei positiver Streulänge nachgewiesen werden [Kno09]. Die Kopplung äußert sich gleich wie im Falle der triatomaren Efimov-Resonanz durch starken Teilchenverlust, bedingt durch Relaxation der Trimere in tief gebundene Moleküle und freie Atome. Die Atom- und die Dimer-verlustrate folgen der Relation $\dot{n}_A = \dot{n}_D = -\beta n_A n_D$. Dabei ist β die Atom-Dimer-Relaxationsrate und n_A und n_D die atomare bzw. die molekulare Dichte. Die schwach gebundenen Moleküle wurden via Feshbach-Assoziation an der d -Wellen-Resonanz bei 47,9 G hergestellt, siehe Abb. 2.10.

In Abb. 2.14 sind die Messergebnisse der Atom-Dimer-Relaxationsrate β als Funktion der Streulänge dargestellt. Im Fenster ist die Abbildung der Messwerte als Funktion des Magnetfelds B zu finden. Im Bereich negativer Streulängen

und im nicht universellen Regime (geringe positive Streulängen), zeigt β einen im Wesentlichen konstanten Wert von $\approx 1,5 \times 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$. Bei $a \approx 400 a_0$ tritt eine resonante Erhöhung der Dimerrelaxationsrate auf, was auf die Kreuzung eines Efimov-Trimers mit der Atom-Dimer-Dissoziationsschwelle schließen lässt. Diese Atom-Dimer-Resonanz kann als Feshbach-Resonanz zwischen Atomen und Molekülen interpretiert werden. Sie bietet die Möglichkeit bei gleich bleibender positiver atomarer Streulänge die Atom-Dimer-Streulänge von positiven zu negativen Werten zu verstimmen.

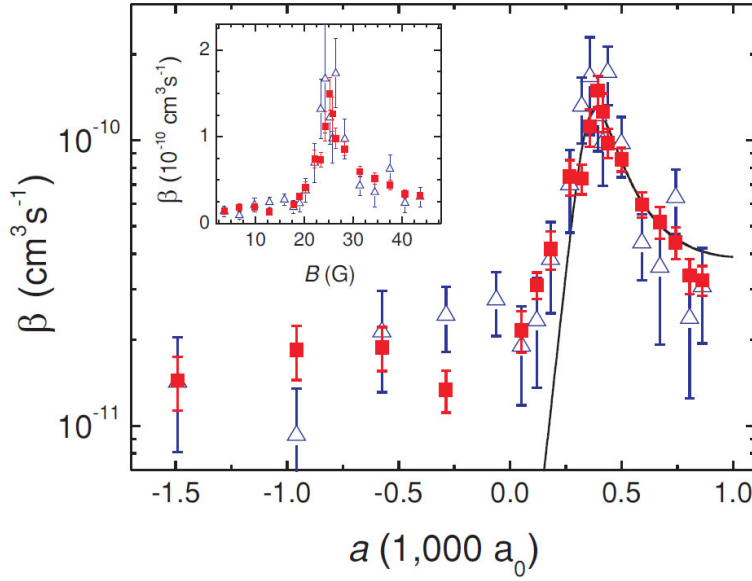


Abbildung 2.14: Messwerte der Atom-Dimer-Relaxationsrate β als Funktion der Streulänge. Im Fenster ist β in Abhängigkeit des externen Magnetfelds B dargestellt. Bei $a \approx 400 a_0$ tritt eine resonante Erhöhung der Atom-Dimer-Verluste auf, welche auf eine Atom-Dimer-Efimov-Resonanz schließen lässt. Die Messung wurde für zwei Temperaturen 40 nK (blaue Dreiecke) und 170 nK (rote Quadrate) durchgeführt. Abb. entnommen aus [Kno09].

Ob sich der Trimer-Zustand mit der Dissoziationsschwelle kreuzt oder aus dieser hervorgeht, lässt sich mit der Temperaturabhängigkeit von β klären. Die Resonanzposition der triatomaren Efimov-Resonanz bei $a < 0$ zeigt eine Temperaturabhängigkeit, während die Atom-Dimer-Resonanz gemäß der Theorie keine Verschiebung zeigen sollte. Die beiden Messungen bei 40 nK und 170 nK, blaue Dreiecke bzw. rote Quadrate in Abb. 2.14, deuten darauf hin, dass die Trimere aus der Atom-Dimer-Dissoziationsschwelle hervorgehen.

Die Messwerte für $\beta = C_{AD}(a)\hbar a/m$ wurden mit einer analytischen Funktion für $C_{AD} = D[\sinh(2\eta_*)/\sin^2[s_0 \ln(a/a_*)] + \sinh^2 \eta_*]$ aus [Bra07] angepasst. Die Position der Resonanz, die Zerfallsrate und der Koeffizient D wurden zu $a_* = 367(13) a_0$, $\eta_* = 0,30(4)$ und $D = 2,0(2)$ als freie Fit-Parameter bestimmt.

Entsprechend der Theorie [Bra07, Gog08] sollte im idealen Efimov-Szenario die Position der triatomaren Resonanz und die der Atom-Dimer-Resonanz im Verhältnis $a_*/a_- \approx 1,06$ zueinander stehen. Im vorliegenden Experiment ist dieses Verhältnis mit $0,43(2)$ geringer. Dies könnte daran liegen, dass die gefundenen Efimov-Signaturen nicht weit genug im universellen Regime liegen. Eine andere Ursache für die Unstimmigkeit könnte der Umstand sein, dass die Bereiche negativer und positiver Streulänge an der verwendeten Feshbach-Resonanz über einen Nulldurchgang der Streulänge miteinander verbunden sind, und nicht wie im Efimov-Szenario über einen Pol, an dem die Streulänge divergiert. Zukünftige Experimente unter Verwendung der beiden s -Wellen-Feshbach-Resonanzen bei 550 G und 800 G, siehe Abb. 2.8, werden vermutlich Klarheit über diese Abweichung bringen können.

Universelle Tetramer-Zustände

Theoretische Arbeiten zweier Forschungsgruppen [Ham07, Ste09b] konnten das Efimov-Szenario um Vierkörperzustände erweitern. Jedes Efimov-Trimer wird in universellem Verhältnis von zwei Tetrameren, Tetra 1 und Tetra 2, begleitet. Für die Positionen der Kreuzungen der Tetramereenergien mit der Dissoziationsschwelle wurden in [Ste09b] mittels numerischer Verfahren die Werte $a_{Tetra1} \approx 0,43 a_-$ und $a_{Tetra2} \approx 0,9 a_-$ vorausgesagt. Tetra 1 ist tiefer gebunden, während Tetra 2 ein angeregter, schwächer gebundener Zustand ist. Die energetischen Verläufe sind in Abb. 2.16 dargestellt, worin der linke der beiden Pfeile Tetra 1 kennzeichnet. Im erweiterten Efimov-Szenario tritt neben der Atom-Atom-Dimer-Dissoziationsschwelle auch eine Dimer-Dimer-Dissoziationsschwelle auf, an der Tetramere in zwei Dimere übergehen.

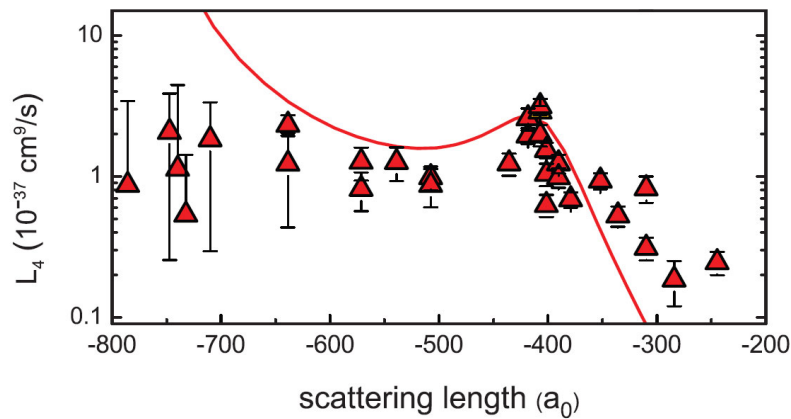


Abbildung 2.15: Ergebnis der Datenanalyse der Verlustratenmessung für Tetra 1. Dargestellt ist der Vierkörperverlustkoeffizient L_4 in Abhängigkeit der Streulänge. Bei $a \approx -410a_0$ ist eine deutliche Erhöhung des Vierkörperverlustkoeffizienten zu sehen. Abb. entnommen aus [Fer09].

Reinspektion der Messdaten aus dem Jahre 2006 legte nahe, die bis dahin unbeachtete Resonanz bei $a \approx 400 a_0$, zu sehen in Abb. 2.13, als Vierkörperphänomen zu interpretieren. In erneuten Verlustratenmessungen konnten die Positionen der Tetramer-Resonanzen zu $a_{Tetra1} = -410 a_0$ und $a_{Tetra2} = -730 a_0$ bestimmt werden [Fer09]. Die Relationen zur triatomaren Resonanz $a_{Tetra1} \approx 0,47 a_-$ und $a_{Tetra2} \approx 0,84 a_-$ liegen in bemerkenswerter Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen aus [Ste09b].

Zur Analyse der Verlustraten wurde die Gleichung $\dot{n} = -L_3 n^3 - L_4 n^4$ herangezogen. Für sie gibt es im allgemeinen Fall keine analytische Lösung, so wurden L_3 und L_4 als freie Parameter gewählt. Die Verlustratenmessung in Abb. 2.15 stellt die erste qualitative Erfassung des Vierkörper-Verlustkoeffizienten L_4 dar.

Hinweise auf Tetramer-Zustände konnten auch von zwei anderen Forschungsgruppen, einer in Florenz [Zac09] und einer in Houston [Pol09], gefunden werden. In [Pol09] sind des weiteren Resonanzen an den vorhergesagten Positionen der Kreuzung von Tetramerenergien mit der Dimer-Dimer-Dissoziationsschwelle erkennbar. Der Umstand, dass es sich bei den Experimenten um atomare und nicht etwa um molekulare Ensembles handelt, lässt Fragen zu diesen Resonanzen offen.

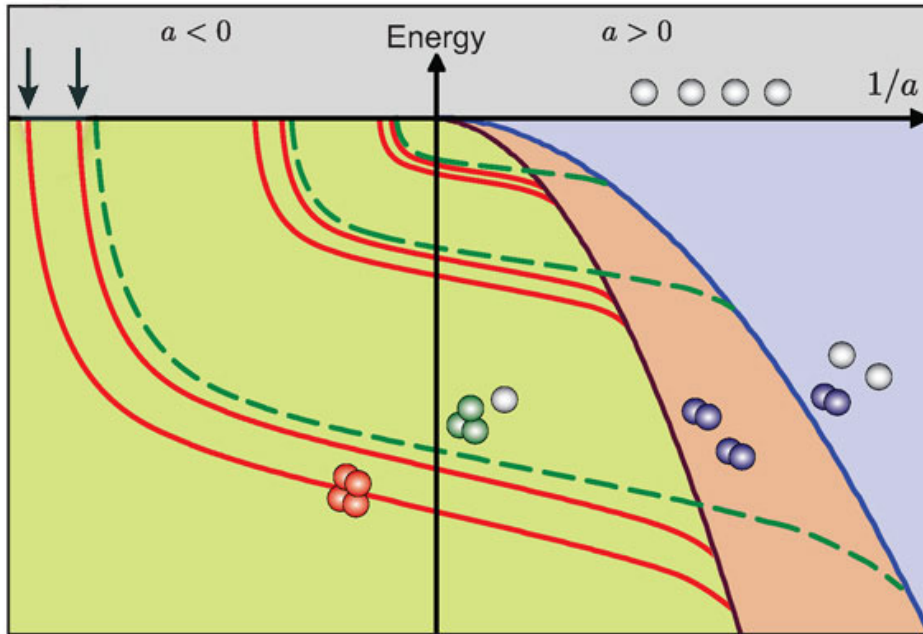


Abbildung 2.16: Erweitertes Efimov-Szenario. Die Bindungsenergien der Zustände sind als Funktion der inversen Streulänge dargestellt. Jedes Trimer (grüne gestrichelte Linien) wird von zwei Tetrameren (rote volle Linien) in universellem Verhältnis begleitet. Im Bereich positiver Streulänge ist die Dimer-Dimer-Dissoziationsschwelle neben der Atom-Atom-Dimer-Dissoziationsschwelle zu sehen. Der Skalierungsfaktor in dieser Darstellung wurde von 22,7 auf 2 verkleinert. Abb. entnommen aus [Fer10].

In Innsbruck wurde in einem Ensemble schwach gebundener Cs_2 -Halo-Moleküle ein Minimum in der Dimer-Dimer-Relaxationsrate α_{rel} gefunden [Fer08], siehe Abb. 2.17. Bei einer Streulänge von $a \approx 500 a_0$ kommt es zu einer Unterdrückung der Relaxation zu tief gebundenen Molekülen und somit zu weitaus geringeren Molekülverlusten. Weiters konnte eine Temperaturabhängigkeit des Minimums festgestellt werden. Bei geringeren Temperaturen zeigte sich eine stärkere Unterdrückung. Im nicht universellen Regime (grau gekennzeichnet in Abb. 2.17) ist α_{rel} annähernd konstant und zeigt erst bei Streulängen von $a > 500 a_0$ den von theoretischer Seite erwarteten linearen Anstieg [Bra04, D'I05].

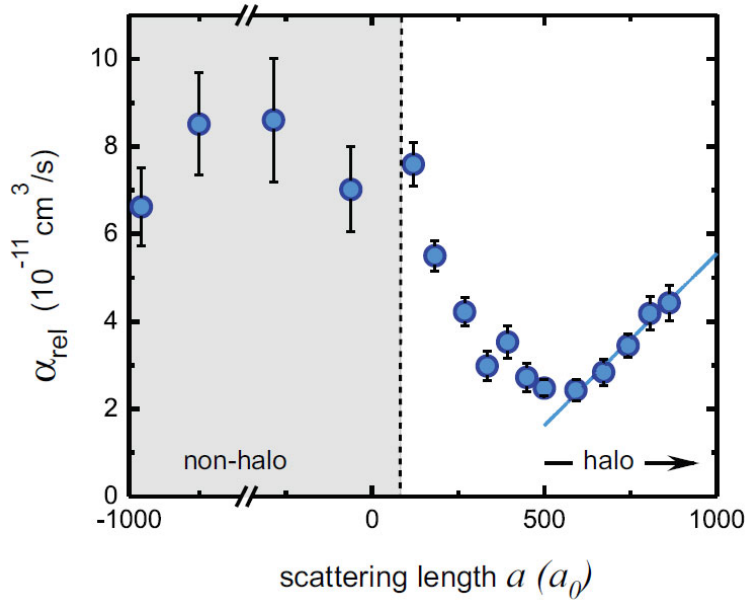


Abbildung 2.17: Dargestellt ist die Dimer-Dimer-Relaxationsrate α_{rel} als Funktion der Streulänge. Bei $a \approx 500 a_0$ kommt es zu einer starken Unterdrückung der Relaxation zu tief gebundenen Molekülen. Abb. entnommen aus [Fer08]

Eine theoretische Arbeit [D'I09] legt nahe, dieses Minimum mit universellen Vierkörper-Phänomenen in Verbindung zu bringen. Abb. 2.18 stellt einen Ausschnitt des erweiterten Efimov-Szenarios aus Abb. 2.16 dar. Die roten Linien zeigen die beiden Dissoziationsschwellen und die untere und die obere schwarze Linie zeigen die Energien von Tetra 1 bzw. Tetra 2. An den Kreuzungen $a_{\text{dd},1}^*$ und $a_{\text{dd},2}^*$ divergiert die Dimer-Dimer-Streulänge a_{dd} . Die Dimer-Dimer-Wechselwirkung kann in diesen Bereichen von anziehender, $a_{\text{dd}} < 0$, bis abstoßender Wechselwirkung, $a_{\text{dd}} > 0$, verstimmt werden. Der grüne Verlauf des Trimmers kreuzt bei a_{dd}^c die Dimer-Dimer-Dissoziationsschwelle und geht bei a_{dd}^* in die Atom-Dimer-Dissoziationsschwelle über. Bei a_{ad}^* divergiert die Atom-Dimer-Streulänge a_{ad} . Weiters existiert in der Nähe von a_{ad}^* eine unendliche Serie von Tetramer-Zuständen [D'I09, Bra06].

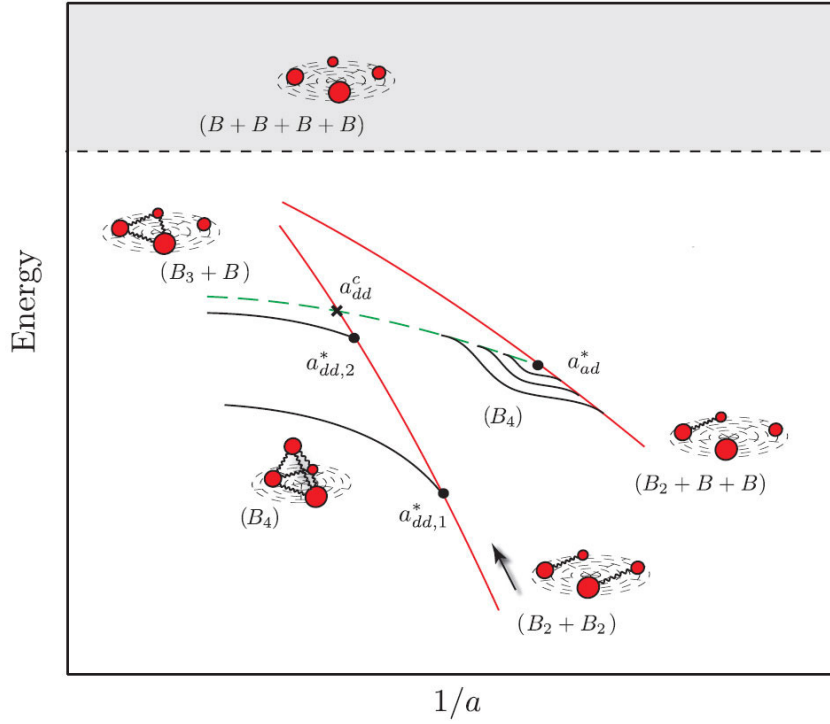


Abbildung 2.18: Ausschnitt des erweiterten Efimov-Szenarios. Die Bindungsenergien sind als Funktion der Streulänge dargestellt. Die Energie des Efimov-Trimers (grüne Linie) kreuzt die Dimer-Dimer-Dissoziationsschwelle (rote untere Linie) bei a_{dd}^c . Bei $a_{dd,1}^*$ und $a_{dd,2}^*$ gehen Tetra 1 bzw. Tetra 2 in die Dimer-Dimer-Dissoziationsschwelle über. An der Atom-Dimer-Dissoziationsschwelle (rote obere Linie) existiert nach [D'I09, Bra06] in der Nähe von a_{ad}^* eine unendliche Serie von Tetramer-Zuständen. Abb. adaptiert aus [D'I09].

Universelle Relationen

Im Jahre 2009 berichteten zwei Forschungsgruppen von der experimentellen Bestimmung des universellen Skalierungsfaktors und eine Forschungsgruppe von der Übereinstimmung mit der universellen Theorie der Position der triatomaren Resonanz zu der des Rekombinationsminimums. In diesen Experimenten konnten entrance-channel dominated Feshbach-Resonanzen genutzt werden, an denen die Streulänge über einen weiten Bereich verstimmt werden kann und die Bereiche positiver und negativer Streulänge über einen Pol miteinander verbunden sind. Die Ergebnisse sind in Abb. 2.19 zusammengefasst.

Die Gruppe in Florenz konnte an einem ^{39}K -Experiment als erste den universellen Skalierungsfaktor von einem Efimov-Zustand in den nächsten beobachten [Zac09]. Neben einer triatomaren Resonanz und Hinweisen auf Tetramer-Zustände im Bereich $a < 0$, fanden sie für positive Streulängen den Faktor 25 ± 4 im Auftreten zweier aufeinander folgender Rekombinationsminima, siehe

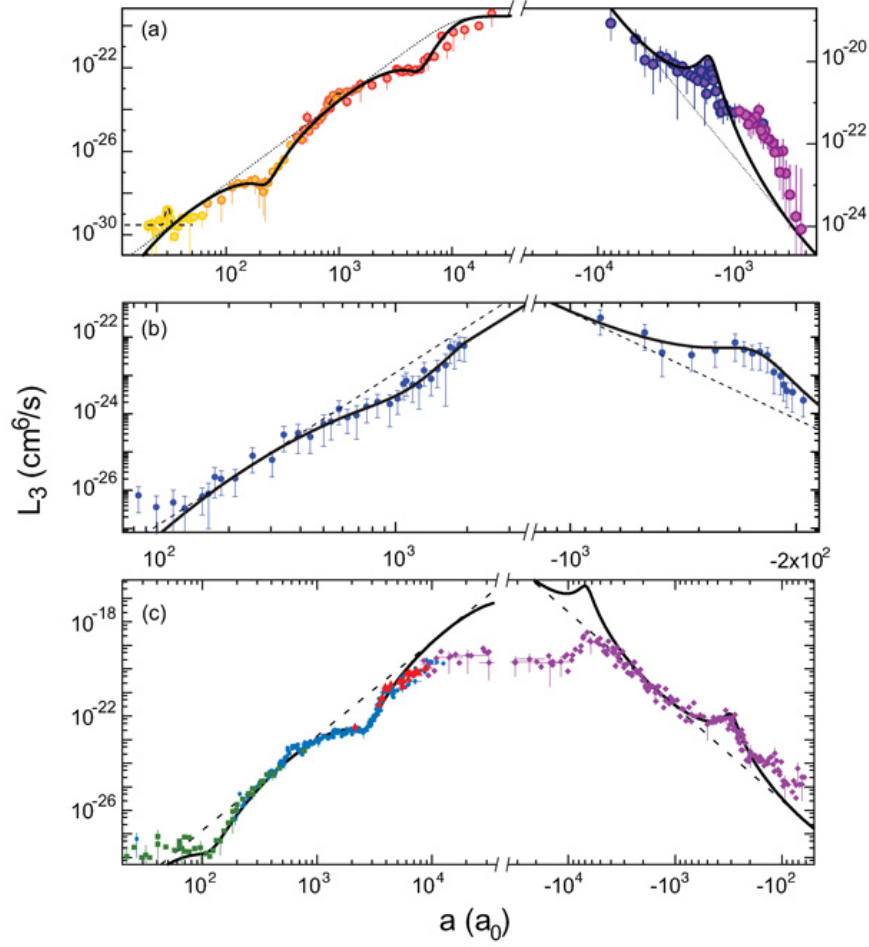


Abbildung 2.19: Zusammenfassung der Ergebnisse (a) der Gruppe aus Florenz an ^{39}K -Atomen [Zac09], (b) der Bar-Ilan-Universität an ^7Li -Atomen $|F=1, m_F=0\rangle$ [Gro09] und (c) der Rice Universität an ^7Li -Atomen $|F=1, m_F=1\rangle$ [Pol09]. Dargestellt ist die Dreikörper-Rekombinationsrate L_3 als Funktion der Streulänge. In (a) sind eine triatomare Resonanz und zwei Rekombinationsminima zu sehen, in (b) eine triatomare Resonanz und ein Rekombinationsminimum und in (c) jeweils zwei triatomare Resonanzen und Rekombinationsminima. Abb. entnommen aus [Fer10].

Abb. 2.19a. Innerhalb der experimentellen Unsicherheit ist dieser Wert konsistent mit dem aus der universellen Theorie bezogenen Faktor von 22,7. Weiters zeigen die Daten für ein atomares Ensemble unerwartete Atom-Dimer-Resonanzen zwischen den Rekombinationsminima. Die Resonanzen lassen sich über einen lawinenartigen Streuprozess von Dimeren erklären, die bei Dreikörper-Rekombination entstehen. An einer Atom-Dimer-Resonanz erhöht sich der Wirkungsquerschnitt für Stöße von Dimeren mit Atomen, und es werden von jedem Dimer bis zu 10 weitere Atome aus der Falle gestoßen.

In Abb. 2.19b und 2.19c sind die Ergebnisse an ^7Li -Atomen der Gruppe der Bar-Ilan-Universität bzw. der Gruppe der Rice-Universität zu sehen. Die Experimente wurden in unterschiedlichen Zeeman-Zuständen durchgeführt und zeigen interessanterweise unterschiedliche Resultate. Die Bar-Ilan-Gruppe konnte zwar keine höher angeregten Zustände beobachten, erzielte jedoch beste Übereinstimmung mit der universellen Theorie bezüglich der Position der triatomaren Resonanz zur der des Rekombinationsminimums [Gro09]. Die Gruppe der Rice-Universität konnte, ähnlich wie die Gruppe in Florenz, in zwei aufeinander folgenden Dreikörper-Rekombinationsminima den Skalierungsfaktor finden und in Summe 11 Drei- und Vierkörper-Resonanzen und Minima beobachten [Pol09]. Die Ergebnisse liegen für die Bereiche positiver und negativer Streulänge separat betrachtet in Übereinstimmung mit der universellen Theorie. Eine universelle Verbindung der beiden Bereiche konnte jedoch nicht beobachtet werden.

Efimov-Zustände konnten auch in anderen Systemen als in Ensembles identischer Bosonen nachgewiesen werden. Fermionische ^6Li -Atome wurden hierfür zu gleichen Anteilen in ihre drei niedrigsten Hyperfein-Niveaus präpariert. Durch einen glücklichen Umstand überlappen sich die drei entrance-channel dominated Feshbach-Resonanzen der bezüglichen Spinzustände, sodass die drei Streulängen gleichzeitig zu großen Werten verstimmt werden können. Es zeigten sich drei Verlustresonanzen, die als Kreuzung von Efimov-Trimeren mit der Dissoziationschwelle gedeutet werden können [Wil09, Bra09, Wen09].

In Systemen unterschiedlicher Massen kann sich der universelle Skalierungsfaktor e^{π/s_0} verkleinern. Dies hätte den Vorteil eines dichteren Spektrums. In diesem Fall liegen höher angeregte Efimov-Zustände bei kürzeren Streulängen und weisen höhere Energien auf, wodurch sie experimentell leichter aufzulösen sind. Der Forschungsgruppe in Florenz gelang der erstmalige Nachweis von Efimov-Zuständen unterschiedlicher Spezies. In einem Gemisch aus ^{87}Rb - und ^{41}K -Atomen konnten triatomare Resonanzen beobachtet werden [Bar09], eine für K-Rb-Rb-Kollisionen und eine für Rb-K-K. Die Skalierungsfaktoren dieser Paarungen sind jedoch 131 bzw. $3,51 \times 10^5$ und damit deutlich größer als für identische Atome.

Universelle Mehrteilchenphysik

Die grundlegenden Voraussagen der universellen Theorie konnten in jüngster Zeit weitgehend bestätigt werden. Die Dreikörperphysik ist dabei nur von zwei Parametern abhängig, der Streulänge a und dem Dreikörper-Parameter κ_* . In [Ama73] konnte gezeigt werden, dass der Efimov-Effekt nur unter drei Teilchen auftritt und sich nicht auf Systeme mit $N \geq 4$ Teilchen übertragen lässt. Der Einsatz von numerischen Verfahren führte jedoch zu einer universellen Erweiterung des Efimov-Szenarios [Han06, Ham07, Ste09b, Ste09a]. Für negative Streulängen ist

die Zweikörperwechselwirkung zu schwach, zwei Teilchen zu binden, doch kann bei großer negativer Streulänge ein drittes Teilchen die Energie liefern einen Dreikörper-Zustand einzugehen. Wird die Streulänge verringert, so können vier Teilchen die nötige größere Bindungsenergie aufbringen, die drei Teilchen nicht aufbringen können. In gleicher Weise können sich 5, 6, 7,... Teilchen bei weiterem Verringern der Streulänge bilden. Die Positionen und die Bindungsenergien dieser Zustände sind mit dem Dreikörper-Parameter κ_* und der Streulänge des Auftretens eines Efimov-Zustands vollständig bestimmt. Jedes Efimov-Trimer wird somit von einer Serie von mindestens jeweils einem N -Körperzustand begleitet [Ste09a], wobei die Größe N bis heute theoretisch unbegrenzt erscheint [Gre10].

Die Voraussagen von [Ham07] und [Ste09b], bezüglich des Auftretens von Tetramer-Zuständen, konnten bereits bestätigt werden [Fer09, Zac09, Pol09]. In Abb. 2.20 finden sich numerische Kalkulationen von Clustern bis zu einer Größe von $N = 8$. Bedingungen zu schaffen, um Clusterzustände und deren Wechselwirkung studieren zu können, wird die experimentelle Forschung im Wechselspiel mit der Theorie auch in Zukunft zu einer spannenden Herausforderung machen.

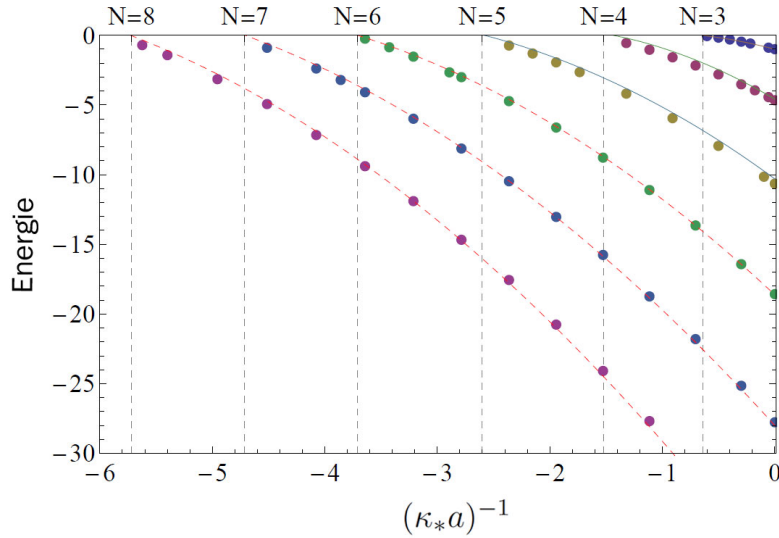


Abbildung 2.20: Numerische Kalkulationen von Zuständen bis zu einer Clustergröße von $N = 8$. Die Bindungsenergien sind als Funktion des Verhältnis des Dreikörper-Parameters κ_* zur Streulänge a dargestellt. Die vollen Linien für $N = 3$ und $N = 4$ beziehen sich auf die Ergebnisse aus [Bra06] bzw. [Ste09b]. Die Punkte wurden über ein auf der Monte Carlo-Methode basierendes Verfahren ermittelt. Abb. entnommen aus [Ste09a].

Kapitel 3

Magnetspulensystem

Zur Veränderung der Streulänge wurde in bisherigen Experimenten der Ausläufer der s -Wellen-Feshbach-Resonanz $44(6)$ genutzt, siehe Abb. 2.8. Mit einem Spulenpaar in Helmholtz-Konfiguration konnte ein homogenes Feld der magnetischen Flussdichte von bis zu 190 G angelegt werden, mit dem sich die Streulänge von Cäsium-Atomen im Hyperfeinzustand $|F = 3, m_F = 3\rangle$ zwischen $-2500 a_0$ und $1600 a_0$ verstimmen lässt [Mar08]. Um tiefer ins universelle Regime vordringen zu können, wurde ein leistungsstarkes Magnetspulensystem für Flussdichten von bis zu 1200 G implementiert, welches die beiden entrance-channel dominated Feshbach-Resonanzen bei 550 G und 800 G zugänglich macht. An ihnen lässt sich die Streulänge uneingeschränkt bis $\pm\infty$ verstimmen.

3.1 Konzeption der Spulen

Der Kern des Experiments, das Ultrahochvakuum-System, ist in [Web03a, Her05, Krä06b, Mar08] dokumentiert und besteht hauptsächlich aus einem Cäsium-Ofen, einer Zeeman-Abbremssektion, einer Ultrahochvakuum-Pumpstation und der Hauptkammer. Die neuen Magnetspulen sollten der bestehenden Hauptkammer angepasst werden und das Ultrahochvakuum von weniger als 10^{-12} mbar während des Umbaus erhalten bleiben.

Abb. 3.1 zeigt einen vertikalen Schnitt durch die Hauptkammer und durch sämtliche an ihr befestigten Magnetspulen des aktuellen Systems. Die Schnittlinie verläuft durch die Anschlüsse an die Zeeman-Abbremssektion und an die Pumpstation (Flansch rechts im Bild). Für Flussdichten von bis zu 1200 G sind die mit B gekennzeichneten Spulen vorgesehen. Sie werden im Folgenden als Biasspulen bezeichnet. Das Feld der Biasspulen weist eine Inhomogenität auf, welche mit den Krümmungsspulen (KS) kompensiert werden kann.

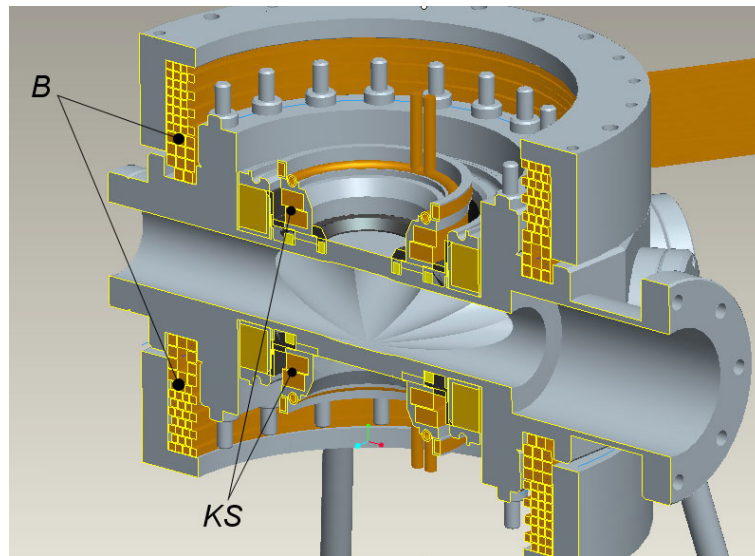


Abbildung 3.1: Schnittdarstellung durch die Hauptkammer. Die Schnittlinie verläuft entlang der Achse zwischen Ultrahochvakuum-Pumpstation und Zeeman-Abbremssektion, über die die Atome vom Cs-Ofen in die Hauptkammer gelangen. Die mit *B* gekennzeichneten Spulen sind für Felder von bis zu 1200 G vorgesehen. Mit den Krümmungsspulen (KS) ist es möglich die resultierende Inhomogenität des Biasfeldes zu kompensieren.

Die Kammer ist aus Edelstahl gefertigt und weist zehn optische Zugänge in radialer Richtung, und zwei in vertikaler Richtung durch das Kammerzentrum auf. Der Vorteil gegenüber einer Quarzglaszelle liegt darin, die Öffnungen der Stahlkammer mit Fenstern unterschiedlicher Materialien versiegeln zu können. Die vertikalen Öffnungen (nicht dargestellt) und sechs der radialen Öffnungen sind mit reflexionsarmen Quarzgläsern für Wellenlängen zwischen 852 nm und 1064 nm versehen. Vier der radialen Fenster hingegen bestehen aus ZnSe, einem Kristall, der für die Wellenlänge der CO₂-Laser der optischen Dipolfalle von 10,6 μm transparent ist.

Bei einer Änderung des Magnetfeldes werden jedoch in einer Stahlkammer Wirbelströme induziert, die ihrerseits ein Feld hervorrufen, welches der Änderung entgegenwirkt. Dies führt zu einer Einschränkung in der Dynamik der Magnetfelder. Bei der Konstruktion des Spulensystems wurde deshalb die Befestigung der Biasspulen aus Kunststoff gefertigt und zusätzlich darauf geachtet, die optischen Zugänge, insbesondere in vertikaler Richtung, nicht einzuschränken.

Das Design der Biasspulen sieht drei voneinander unabhängig ansteuerbare Blöcke vor, siehe Abb. 3.2. Block 1, der an die Ober- und Unterseite der Hauptkammer angrenzt, erfüllt die Helmholtz-Bedingung (Spulenabstand = Spulenradius) in guter Näherung und erzeugt im Kammerzentrum ein annähernd homogenes Magnetfeld. Die Blöcke 2 und 3 weichen auf Grund ihrer größeren mittleren

Spulenabstände von dieser Bedingung ab und führen zu einer Inhomogenität des resultierenden Feldes. Um ein möglichst homogenes Feld zu erzielen, leistet Block 1 den größten Beitrag und ist deshalb für die im Experiment höchsten vorgesehenen Stromstärken von bis zu 800 Ampère ausgelegt, die beiden anderen hingegen für geringere Stromstärken von bis zu 400 Ampère.

Der Vorteil der unabhängig voneinander ansteuerbaren Spulenblöcke gegenüber eines einzigen Spulenpaares liegt vor allem in der schnelleren Dynamik des resultierenden Feldes. Die Spulenströme einzelner Blöcke können bei Bedarf abgestellt werden, um rasch zu geringeren Feldstärken zu gelangen, während beispielsweise das Feld des ersten Blocks bestehen bleibt. Diese Ausführung bietet weiters die Möglichkeit durch Änderung der einzelnen Ströme die Krümmung des resultierenden Feldes bei gleich bleibender Feldstärke verändern zu können. Für Anwendungen bis zu magnetischen Flussdichten von etwa 800 G bedarf es nur des annähernd homogenen Feldes des ersten Blocks und es kann auf das Feld der Blöcke 2 und 3 verzichtet werden.

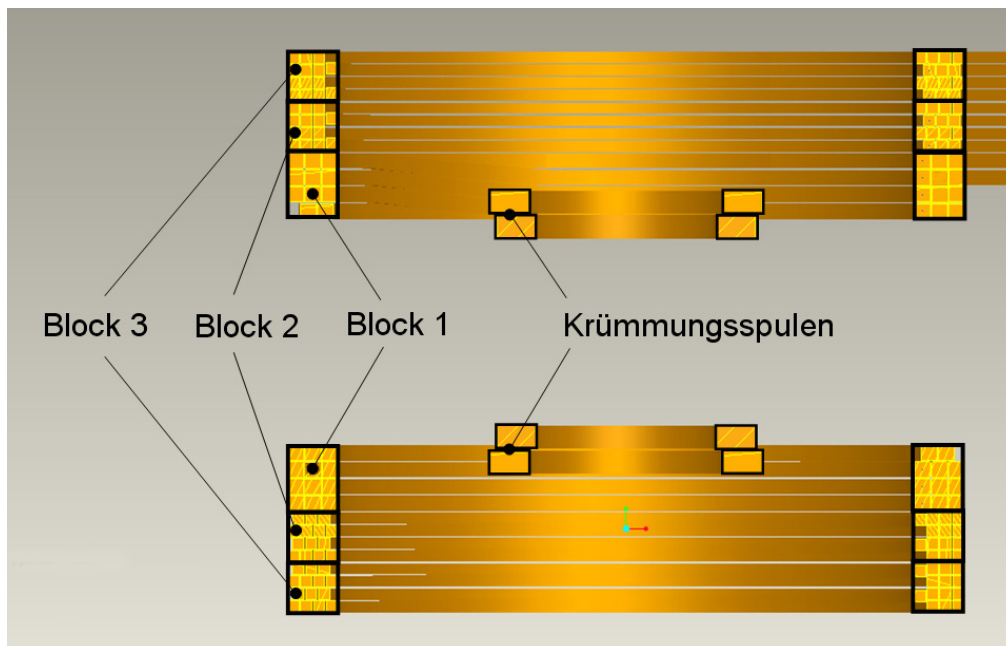


Abbildung 3.2: Vertikaler Schnitt durch die Bias- und Krümmungsspulen. Die Biasspulen bestehen aus drei unabhängig voneinander ansteuerbaren Blöcken 1 bis 3. Blöcke 2 und 3 weichen auf Grund größerer mittlerer Spulenabstände von der Helmholtz-Bedingung ab. Resultierende Inhomogenitäten können durch das Feld der Krümmungsspulen kompensiert werden.

3.2 Design der Spulen

Die Biasspulen setzen sich aus 10 paarweise in vertikaler Richtung (z -Achse) koaxial gegenüberliegenden Spulen zusammen. Jedes Spulenpaar besteht aus einer oberen und einer, in Bezug auf die x - y -Ebene, spiegelsymmetrischen unteren Spule. Die Spulen sind in der horizontalen Ebene so orientiert, dass sich ihre Stromanschlüsse gegenüberliegen, siehe Abb. 3.3. Die Spiegelung der Form und die spezielle Orientierung der Spulen sind erforderlich, um asymmetrische Felder zu vermeiden. Feldgradienten, hervorgerufen durch die spiralförmige Leitergeometrie und die Anschlüsse der Spulen, können dadurch kompensiert werden.

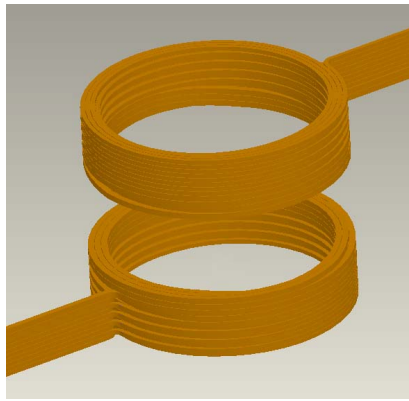


Abbildung 3.3: Darstellung der Biasspulen. Um asymmetrische Felder zu vermeiden, besteht jedes der 5 Spulenpaare aus einer oberen und einer, bezüglich der horizontalen Ebene, gespiegelten unteren Spule. Weiters sind obere und untere Spulen um 180° gegeneinander positioniert.

Die 5 Spulenpaare der Biasspulen sind in drei unabhängig voneinander ansteuerbare Blöcke 1 bis 3 gegliedert, siehe Abb. 3.2. Block 1 besteht aus einem Spulenpaar, von dem die obere Spule in Abb. 3.4b dargestellt ist. Die Blöcke 2 und 3 setzen sich aus jeweils zwei Spulenpaaren zusammen, die in Serie geschaltet sind. Die Form der oberen Spulen ist in Abb. 3.4a zu sehen.

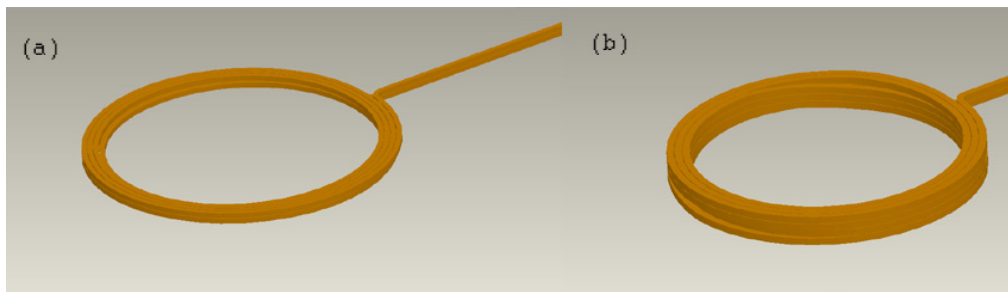


Abbildung 3.4: (a) Darstellung einer oberen Spule aus den Blöcken 2 und 3. (b) Darstellung der oberen Spule aus Block 1.

In Abb. 3.5 ist eine Schnittdarstellung der oberen Hälfte der Krümmungsspulen, der Spulenfassung und der Kühlwasserleitung zu sehen. Die Spulenfassung ist zu Gunsten hoher Wärmeleitfähigkeit aus Aluminium gefertigt. Die Fassung wurde vierfach geschlitzt, um die Bildung von Wirbelströmen zu reduzieren.

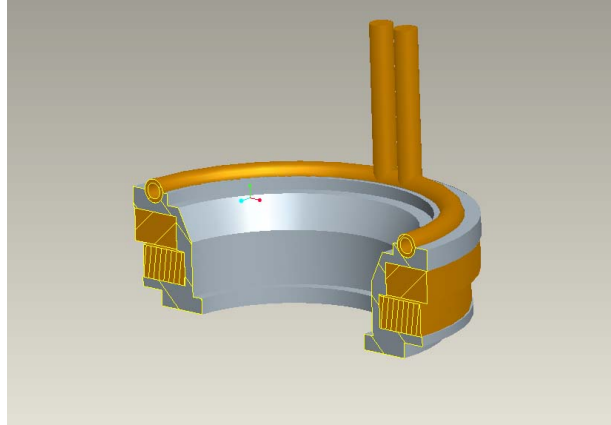


Abbildung 3.5: Schnittdarstellung der oberen Hälfte der Krümmungsspulen, der Spulenfassung und der Kühlwasserleitung.

3.2.1 Spulen-Spezifikationen

Die Biasspulen bestehen aus Kupferrohren mit quadratischem Querschnitt, um dichte Wicklungen erzeugen zu können. Das Kühlwasser wird durch die Rohre geführt. Der Querschnitt A der Spulen aus Block 1 beträgt $5,5 \text{ mm} \times 5,5 \text{ mm}$ abzüglich der Ausnehmung zur Kühlwasserführung von $2,7 \text{ mm} \times 2,7 \text{ mm}$, $A = 23 \text{ mm}^2$. Die Spulen der Blöcke 2 und 3 sind für geringere Stromstärken ausgelegt und weisen einen Querschnitt von $4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm} - 2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ auf, $A = 12 \text{ mm}^2$. Die Krümmungsspulen bestehen aus lackiertem Kupferdraht mit einem rechteckigen Querschnitt von $1 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$, $A = 4 \text{ mm}^2$. Die Fertigung der Biasspulen ist in Anhang C dokumentiert.

In Tab. 3.1 finden sich die wesentlichen geometrischen Spezifikationen der Biasspulenblöcke und der Krümmungsspulen. Angegeben ist die Windungszahl N , der mittlere Radius \bar{R} , die Länge l des Spulendrahtes, der mittlere Radius des gesamten Spulenquerschnitts \bar{r} , der mittlere Spulenabstand $2\bar{D}$, das Verhältnis $R/2\bar{D}$, ein Korrekturfaktor KF und die effektive Windungszahl N_{eff} . Das Verhältnis $R/2\bar{D}$ gibt an, in welchem Maße das Spulenpaar von der Helmholtz-Bedingung, $R/2\bar{D} = 1$, abweicht. Die Windungszahl N bezieht sich auf kreisförmig idealisierte, geschlossene Leiterschleifen. Der Korrekturfaktor KF berücksichtigt die Verringerung der Windungszahl N , die aus der spiralförmigen Geometrie der Spulen und den Übergängen des Spulendrahts zwischen axialen Windungsebenen folgt. $N \cdot KF = N_{\text{eff}}$.

Block	N	\bar{R} [mm]	l [m]	\bar{r} [mm]	$2\bar{D}$ [mm]	$\bar{R}/2\bar{D}$	KF	N_{eff}
1	2x12	112,15	2x10	9,625	104,9	1,07	0,92	22,08
2	2x16	111,8	4x7,5	8	146,1	0,77	0,88	28,16
3	2x16	111,8	4x7,5	8	182,1	0,61	0,88	28,16
KS	2x48	40,1	2x10,5	7	100,5	0,4	0,95	91,2

Tabelle 3.1: Geometrische Spezifikationen der Biasspulenblöcke und der Krümmungsspulen.

Der ohmsche Widerstand einer Spule errechnet sich aus $R = l\rho/A$, wobei l und A die Länge und die Querschnittsfläche des Leiters und $\rho = 1,75 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ der spezifische Widerstand von Kupfer ist. Die Induktivität eines Spulenpaares des mittleren Querschnittsradius \bar{r} kann für $\bar{R} \gg \bar{r}$ mit dem Ausdruck

$$L \cong \frac{N^2}{2} \bar{R} \mu_0 \left[\ln \left(\frac{8\bar{R}}{\bar{r}} \right) - 2 \right] \quad (3.1)$$

angenähert werden. In Tab. 3.2 sind die errechneten Widerstandswerte R und Induktivitäten L , sowie die maximalen Stromstärken I_{max} , die Verhältnisse B/I , die maximalen magnetischen Flussdichten B_{max} und die radialen Krümmungen¹ pro Gauss K_ρ/B der Felder der Biasspulenblöcke und der Krümmungsspulen angegeben.

Block	R [mΩ]	L [μH]	I_{max} [A]	B/I [G/A]	B_{max} [G]	K_ρ/B [1/(cm ²)]
1	15,2	103	800	1,007	805,6	0,00125
2	43,8	196	400	1,055	422	-0,00415
3	43,8	196	400	0,839	335,6	-0,00716
KS	91,8	422	30	3,883	116,5	0,0359

Tabelle 3.2: Kennwerte der Spulenpaare und Feldparameter.

3.2.2 Leistungsverlust und Wasserkühlung

Der ohmsche Widerstand einer Magnetspule führt mit dem Strom I zu einem Leistungsverlust $P = RI^2$. Mit $R = l\rho/A$ und $l = 2\pi\bar{R}N_{\text{eff}}$ lässt sich der Leistungsverlust als

$$P = \frac{2\pi\bar{R}\rho N_{\text{eff}}}{A} I^2 \quad (3.2)$$

ausdrücken. Für Block 1 ergibt sich ein maximaler Leistungsabfall von 7,352 kW und für die Blöcke 2 und 3 ein maximaler Leistungsabfall von 5,037 kW.

¹Gemäß $\Delta B=0$ gilt für die axiale und die radiale Krümmung $K_z = -2K_\rho$.

Zur Abschätzung des erforderlichen Kühlwasserflusses und der maximalen Temperaturdifferenz ΔT zwischen einlaufendem und auslaufendem Wasser, kann die Gleichung

$$\Delta T = \frac{P}{\rho_m C f} \quad (3.3)$$

herangezogen werden. Sie ist, neben der an der Spule abfallenden Leistung P , von der spezifischen Wärmekapazität von Wasser $C = 4186 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, der spezifischen Dichte von Wasser ρ_m und der Wasserdurchflussmenge f abhängig. Für eine maximale Temperaturdifferenz von $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ ist für Block 1 eine Durchflussmenge von 5,3 l/min und für die Blöcke 2 und 3 eine Durchflussmenge von 3,6 l/min erforderlich.

3.3 Magnetfeld

3.3.1 Magnetfeld kreisförmiger Leiter

Das Feld einer spiralförmigen Spule mit N_a axialen und N_r radialen Wicklungen kann durch Superposition der Felder von $N = N_a \cdot N_b$ geschlossenen, kreisförmigen Leitern angenähert werden. Selbst das Feld der vergleichsweise einfachen und speziellen Geometrie einer Leiterschleife, siehe Abb. 3.6, lässt sich für beliebige Raumpunkte nicht analytisch lösen. Integration des Vektor-Potentials \vec{A} über jeden Punkt der Leiterschleife und Anwendung von $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ ergibt die Feldkomponenten in Zylinderkoordinaten [Ber87]

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(R + \rho)^2 + (z - D)^2}} \left[K(k^2) + \frac{R^2 - \rho^2 - (z - D)^2}{(R - \rho)^2 + (z - D)^2} E(k^2) \right] \quad (3.4)$$

und

$$B_\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \frac{z - D}{\sqrt{(R + \rho)^2 + (z - D)^2}} \left[-K(k^2) + \frac{R^2 + \rho^2 - (z - D)^2}{(R - \rho)^2 + (z - D)^2} E(k^2) \right], \quad (3.5)$$

wobei

$$k^2 = \frac{4R\rho}{(R + \rho)^2 - (z - D)^2}. \quad (3.6)$$

Sie enthalten elliptischen Integrale 1. und 2. Art, $E(k^2)$ bzw. $K(k^2)$, welche sich nur numerisch lösen lassen. Aus Symmetriegründen folgt $B_\phi = 0$.

Magnetfeld einer einzelnen Leiterschleife

Die elliptischen Integrale in den Feldkomponenten aus Gl. (3.4) und Gl. (3.5) lassen sich in der Näherung $R \ll \rho$ und $z \approx 0$ lösen. Eine Polynomialentwicklung

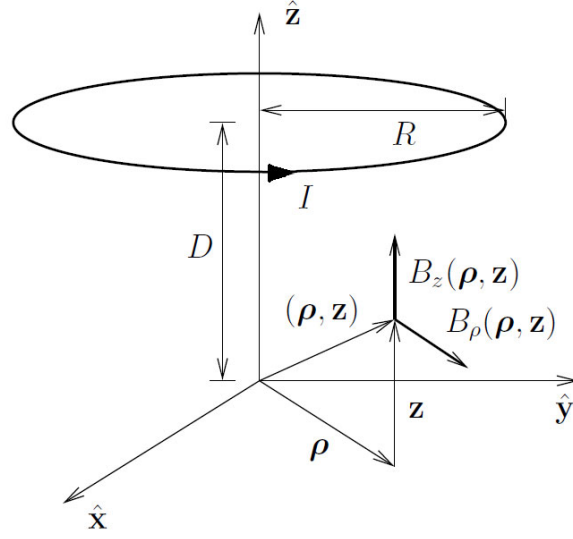


Abbildung 3.6: Darstellung einer ebenen, kreisförmigen Leiterschleife in zylindrischen Koordinaten. Abb. entnommen aus [Mey03].

in Zylinderkoordinaten führt auf die Komponenten

$$\begin{aligned}
 B_z &= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(D^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{3\mu_0 I}{2} \frac{DR^2}{(D^2 + R^2)^{5/2}} z \\
 &\quad + \frac{3\mu_0 I}{4} \frac{R^2(4D^2 - R^2)}{(D^2 + R^2)^{7/2}} (z^2 - \rho^2/2) + \dots \\
 &= B_{z=0} + G_z z + K_z (z^2 - \rho^2/2) + \dots
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

und

$$\begin{aligned}
 B_\rho &= -\frac{3\mu_0 I}{4} \frac{DR^2}{(D^2 + R^2)^{5/2}} \rho - \frac{3\mu_0 I}{4} \frac{R^2(4D^2 - R^2)}{(D^2 + R^2)^{7/2}} z \rho + \dots \\
 &= -G_\rho \rho - K_\rho z \rho - \dots
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Die Koeffizienten der Potenzreihenentwicklung bis zur 2. Ordnung in z-Richtung aus Gl. (3.7) können als analytische Lösung entlang der Symmetrieachse $B_{z=0}$, Gradient G_z und Krümmung K_z identifiziert werden. Das gleiche gilt für die Koeffizienten aus Gl. (3.8), wobei die analytische Lösung in radiale Richtung keinen Beitrag liefert.

Magnetfeld zweier coaxialer Leiterschleifen

Die Komponenten des Feldvektors eines Leiterschleifenpaares, siehe Abb. 3.7, lassen sich durch Superposition der Komponenten einzelner Leiterschleifen aus Gl. (3.7) und Gl. (3.8) an den Positionen $z = \pm D$ bestimmen. Für gleichsinnige Stromrichtungen ergibt sich das Feld mit $B_\phi = 0$ zu

$$\begin{aligned}
B_z &= \mu_0 I \frac{R^2}{(D^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{3\mu_0 I}{2} \frac{R^2(4D^2 - R^2)}{(D^2 + R^2)^{7/2}} (z^2 - \rho^2/2) + \dots \\
&= B_{z=0} + K_z (z^2 - \rho^2/2) + \dots \\
B_\rho &= -\frac{3\mu_0 I}{2} \frac{R^2(4D^2 - R^2)}{(D^2 + R^2)^{7/2}} z\rho + \dots \\
&= -K_\rho z\rho - \dots
\end{aligned} \tag{3.9}$$

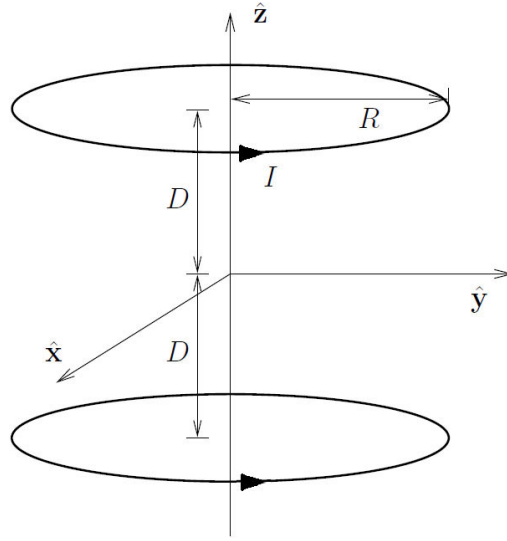


Abbildung 3.7: Darstellung von zwei gleichsinnig Strom durchflossenen kreisförmigen Leiterschleifen, die sich im Abstand $2D$ coaxial gegenüberliegen. Abb. entnommen aus [Mey03].

Im Vergleich zur Potenzreihenentwicklung der Feldkomponenten einer einzelnen Leiterschleife, Gl. (3.7) und Gl. (3.8), ist in Gl. (3.9) die vollständige Kompensation der Terme 1. Ordnung ersichtlich. Spulenpaare entsprechend Abb. 3.7 weisen somit weder entlang der Symmetrieachse, noch in radialer Richtung ein Gradientenfeld auf. Es verbleibt jedoch ein Krümmungsfeld. Ist der Spulenradius größer als der Spulenabstand, $4D^2 - R^2 < 0$, resultiert eine negative Krümmung in axiale, und eine positive in radiale Richtung.

Der Spezialfall $2D = R$ wird als Helmholtz-Konfiguration bezeichnet. In dieser Anordnung verbleibt nur der Term 1. Ordnung entlang der Symmetrieachse. Es resultiert ein homogenes Feld um den Mittelpunkt des Spulenpaares mit den Komponenten $B_\phi = 0$, $B_\rho = 0 + \dots$ und

$$B_z = \mu_0 I \frac{8}{5\sqrt{5}R} + \dots \tag{3.10}$$

3.3.2 Berechnung des Magnetfeldes

Die Berechnung der Felder der Spulenblöcke wurde unter Verwendung von Gl. (3.9) in MatLab durchgeführt. In Abb. 3.8 findet sich eine Darstellung der Feldverläufe in vertikaler Richtung (z -Achse) der Spulenblöcke 1 bis 3 für die Stromstärken $I_1 = 500$ A und $I_2 = I_3 = 250$ A. Es wird deutlich, dass die Blöcke 2 und 3 von der Helmholtz-Bedingung abweichen und sich deren Feldverläufe qualitativ von dem des ersten Blocks unterscheiden.

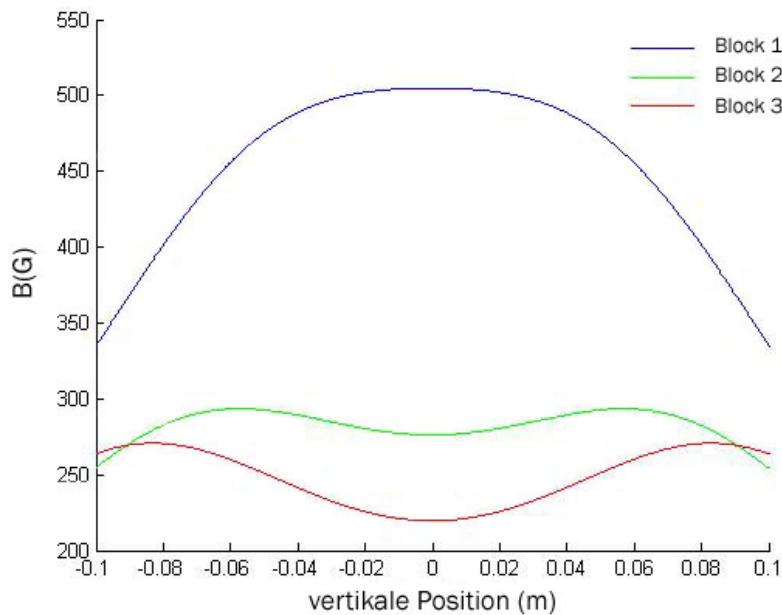


Abbildung 3.8: Feldverläufe der einzelnen Spulenblöcke 1 bis 3 für Stromstärken von $I_1 = 500$ A und $I_2 = I_3 = 250$ A.

In Abb. 3.9 (grüne Linie) ist die Superposition der drei Felder für die selben Stromstärken dargestellt. Mit diesen Strömen lässt sich eine magnetische Flussdichte von 1000 G im Kammerzentrum generieren. Felder von gleichsinnig Strom durchflossenen coaxialen Spulen weisen zwar kein Gradientenfeld auf, siehe Gl. (3.9), aber ein Krümmungsfeld. Es lässt sich durch die Krümmungsspulen kompensieren. In Abb. 3.9 (rote Linie) ist der Verlauf des kompensierten Feldes dargestellt. Für die Homogenisierung des in Abb. 3.9 gezeigten Feldes, ist ein Krümmungsspulenstrom von $I_{KS} = 18$ A notwendig. Die Flussdichte verringert sich dabei auf 975 G.

Abb. 3.10 (grüne Linie) zeigt die resultierende axiale Krümmung K_z des Biasfeldes für Spulenströme von $I_1 = 500$ A und $I_2 = I_3 = 250$ A. Im Kammerzentrum weist sie einen Betrag von $K_z = 4,5$ G/cm² auf. Mit einem Krümmungsspulenstrom von $I_{KS} = 18$ A kann sie kompensiert werden, Abb. 3.10 (rote Linie).

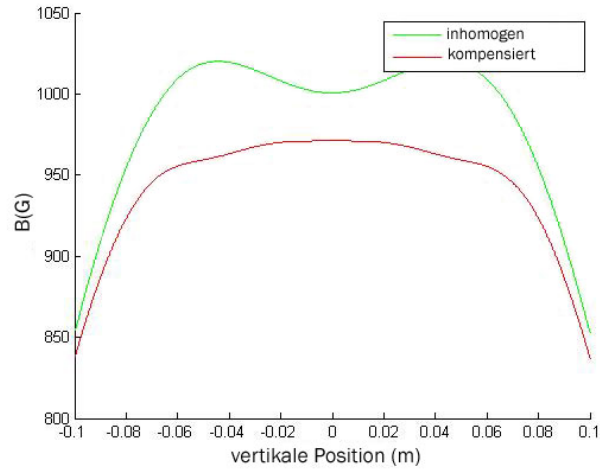


Abbildung 3.9: Verlauf des resultierenden Feldes der Biasspulenblöcke (grüne Linie) und Verlauf des mittels Krümmungsspulen homogenisierten Feldes (rote Linie).

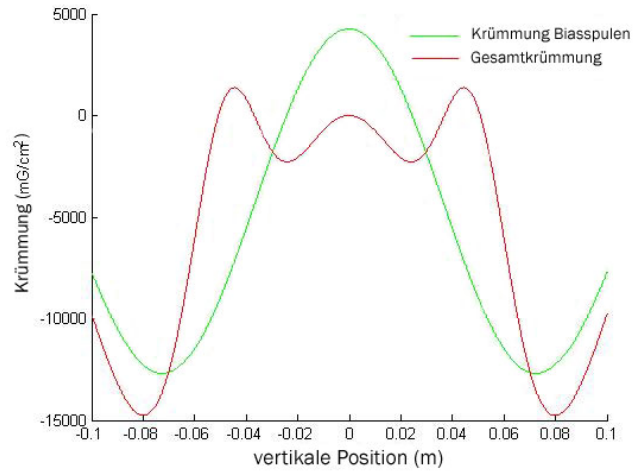


Abbildung 3.10: Krümmung des Biasfeldes für $I_1 = 500$ A und $I_2 = I_3 = 250$ A (grüne Linie) und Gesamtkrümmung für $I_{KS} = 18$ A (rote Linie).

Die Krümmung K eines Magnetfelds stellt für neutrale Atome ein Fallenpotential der Form

$$V_{\text{mag}} = -\frac{1}{2}\mu K x^2 \quad (3.11)$$

dar, wobei μ das magnetische Moment der Atome ist. Die magnetische Fallenfrequenz ist

$$\omega_{\text{mag}} = \sqrt{\frac{\mu K}{m}} \quad (3.12)$$

[Alt05]. Das aus der Inhomogenität des Feldes resultierende Fallenpotential kann somit mit dem Feld der Krümmungsspulen verstimmt werden.

3.4 Elektrische Installationen

Die Auflösung von Verlustresonanzen im mG-Bereich setzt eine hohe Stabilität und eine präzise Variabilität des Magnetfelds voraus. In diesem Abschnitt wird auf die verwendeten Methoden zur Messung und Regelung der Spulenströme und auf den Aufbau des Systems eingegangen.

3.4.1 Stromversorgung

Die Blöcke 1 bis 3 der Biasspulen werden jeweils durch Parallelschaltung zweier Netzgeräte der Serie SM6000 des Herstellers DELTA Elektronika betrieben. Die Krümmungsspulen werden mit dem Modell SM 52 AR 60 des selben Herstellers betrieben.

Block	Netzgerät	I_{\max} [A]	U_{\max} [V]	P_{\max} [kW]
1	2xSM 15-400	800	17	12
2	2xSM 30-200	400	33	12
3	2xSM 30-200	400	33	12
KS	SM 52 AR 60 ²	60	52	3,12

Tabelle 3.3: Maximale Kennwerte der Versorgung der Bias- und Krümmungsspulen.

In Tab.3.3 findet sich eine Auflistung der Kenngrößen der Stromversorgung der Spulenblöcke. Maximale Stromstärken von 400 Ampère in den Spulenblöcken 2 und 3 hätten sich ebenso mit jeweils einem einzelnen Netzgerät des Modells SM 15-400 erreichen lassen, doch erschien es sinnvoll jeweils zwei Netzgeräte des Modells SM 30-200 in Parallelschaltung einzusetzen, um durch deren höhere Ausgangsspannung von 33 Volt schnellere Stromanstiegszeiten zu erzielen.

3.4.2 Messung und Regelung des Stroms

In unserem Aufbau kommen zur Strommessung hochpräzise Kompensationsstromwandler der Serie Ultrastab des Herstellers Danfysik zum Einsatz. Für die Biasspulenblöcke wird jeweils ein Wandler des Modells 867-1000IHF verwendet. Sie weisen eine thermische Stabilität von weniger als 0,5 ppm/K, ein Ansprechverhalten von $> 100 \text{ A}/\mu\text{s}$ und eine Bandbreite von 0 bis 500 kHz auf. Zur Messung des Krümmungsspulenstroms ist das Modell 867-60l im Einsatz (therm. Stabilität 2,5 ppm/K, Ansprechverhalten $> 25 \text{ A}/\mu\text{s}$ und Bandbreite 0 bis 100 kHz). Das Ausgabesignal der Kompensationsstromwandler ist ein Strom³.

² $U_{\max} = 26 \text{ V}$ bei $I > 30 \text{ A}$ und $U_{\max} = 52 \text{ V}$ bei $I < 30 \text{ A}$.

³Kompensationsstromwandler bestehen aus einer Kompensationsspule, einem Hall-Sensor und einer Regelungselektronik. Der zu messende Strom ruft eine magnetische Flussdichte am Hall-Sensor hervor. Die Elektronik regelt den Strom der Kompensationsspule derart, dass sich der Fluss am Hall-Sensor stets zu Null kompensiert. Der Kompensationsspulen-

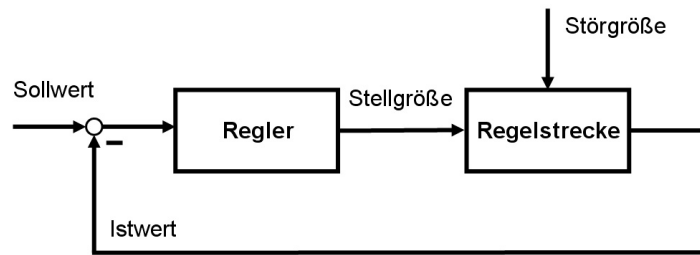


Abbildung 3.11: Regelkreis. Dem Regler wird die Differenz (Regelabweichung) aus Istwert (Ausgabesignal der Stromwandler) und Sollwert (von der Experimentsteuerung vorgegebene Spannung, die der erforderlichen Magnetfeldstärke entspricht) zugeführt. Die Regelabweichung wird vom Regler derart transformiert und der Regelstrecke (Netzgerät) zugeführt, dass die Regelabweichung bestmöglich reduziert wird. Als Störgrößen sollen Einschwingvorgänge, Stromänderungen innerhalb der Genauigkeit der Netzgeräte, sowie temperaturbedingte Stromschwankungen reduziert werden.

Zur Regelung der Spulenströme werden PID-Regler verwendet [Tie99]. Die Umwandlung des von den Stromwandlern ausgegebenen Stroms in eine Spannung erfolgt an Präzisionswiderständen des Herstellers VISHAY. Sie weisen eine Toleranz von 0,1 % und eine thermische Stabilität von 2 ppm/K auf. Mit den verwendeten Komponenten der Strommessung und Regelung, lässt sich die Genauigkeit der Netzgeräte von $\Delta I/I = 10^{-4}$ auf weniger als 10^{-5} verbessern. Dies entspricht bei einer magnetischen Flussdichte von 1000 G einer Stabilität innerhalb einiger mG.

3.4.3 Aufbau des Magnetspulensystems

In Abb. 3.12 ist eine Übersicht der elektrischen Installationen des Biasspulensystems zu sehen. Die drei Spulenblöcke verfügen jeweils über eine separate Stromversorgung, Strommessung, Stromregelungselektronik und Stromkreisunterbrechung. Das System ist über eine digitale Schnittstelle (Adwin-Gold) mit dem Steuerungscomputer verbunden. Entsprechend des im Experimentzyklus erforderlichen Verlaufs der Magnetfeldstärke wird den PID-Reglern eine Spannung zwischen -10 V und +10 V zugeführt⁴. Die Regler vergleichen diese Spannung mit den Ausgabesignalen der Kompensationsstromwandler (KSW) und steuern

strom ist gleichzeitig das Ausgabesignal des Stromwandlers. Die Bandbreite kann als zeitliches Auflösungsvermögen von Stromänderungen verstanden werden.

⁴Analoge Ausgänge der Adwin-Gold haben eine Auflösung von 16 Bit. Dies entspricht einer Stufung der Ausgangsspannung, $\Delta U = 20 \text{ V}$, in Schritten von $305 \mu\text{V} = \Delta U/2^{16}$.

die jeweiligen Netzgeräte, in Abhängigkeit der Regelabweichung, mit einer Spannung zwischen 0 und 5 V an.

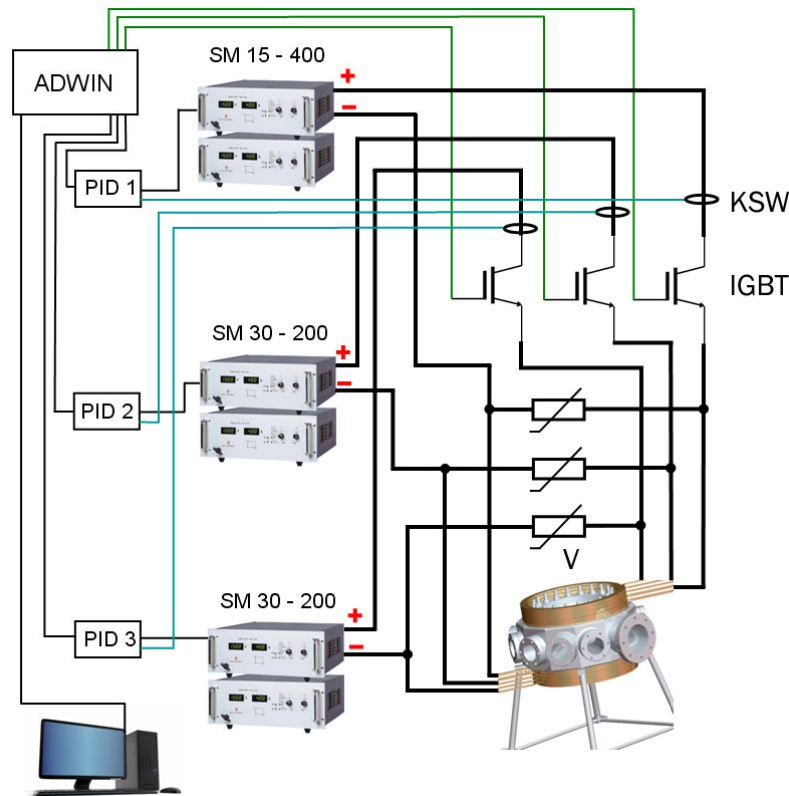


Abbildung 3.12: Darstellung der elektrischen Installationen der Biasspulen.

Zur Verkürzung der Stromabschaltzeiten werden Isolated Gate Bipolar Transistoren (IGBT) in Verbindung mit Varistoren (V) verwendet. Jeder Spule ist ein IGBT in Serie und ein Varistor (SIOV B60S275) parallel geschaltet. Der IGBT dient als Schalter und schließt den Stromkreis, wenn an ihm ein TTL-High Signal (Transistor-Transistor Logik) > 3.5 Volt (high) anliegt. Wird der Stromkreis unter Last unterbrochen, so steigt die Induktionsspannung an der Spule bis zur Durchbruchspannung des Varistors. Laut Angaben des Herstellers liegt die Durchbruchspannung bei 700 V für eine Stromstärke von 800 A. Die Abschaltzeit eines Stromes I einer Spule der Induktivität L , kann mit der Gleichung $dI/dt = U/L$ abgeschätzt werden, wobei in unserem Falle U die Durchbruchspannung des Varistors ist. In den Testläufen des Spulensystems, abseits der Stahlkammer des Experiments, konnte die Abschaltzeit eines Stroms von 360 A von 5 ms auf 100 μ s verkürzt werden. Unter Verwendung der IGBTs wurde der negative Einfluss der in der Stahlkammer induzierten Wirbelströme auf die Verkürzung der Abschaltzeiten noch nicht erfasst.

In Abb. 3.13 findet sich eine Illustration des elektrischen Aufbaus der Krümmungsspulen. Für die Stromsteuerung und Regelung wird die selbe Methode verwendet wie für die Biasspulen, jedoch besteht bei den Krümmungsspulen die Möglichkeit der Umpolung des durch die Spulen getriebenen Stroms. Die Krümmung des Feldes der Biasspulen kann wahlweise kompensiert oder verstärkt werden. Gemäß Gl. (3.11) bietet sich dadurch die Möglichkeit, die Potentialtiefe des resultierenden Fallenpotentials zu verstimmen.

Die Umpolung des Stroms erfolgt mit einer Brückenschaltung [Tie99], einer so genannten H-Brücke. Vier Transistoren dienen als Schalter und werden von der H-Brücken-Schaltung paarweise angesteuert, sodass ausschließlich zwei diagonal gegenüberliegende Transistoren leitend sind. Die Stromrichtung kann unter Last geändert werden.

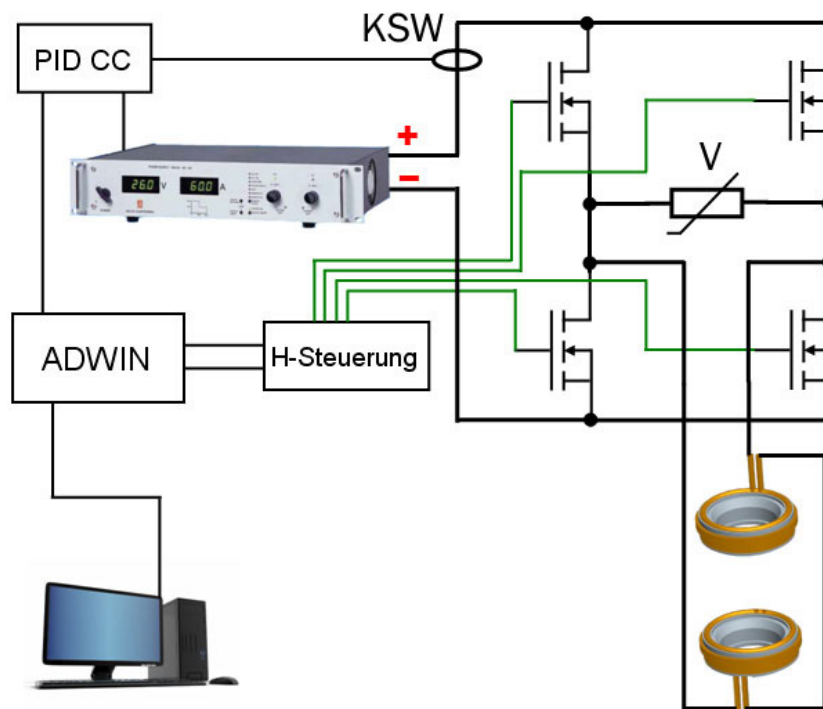


Abbildung 3.13: Darstellung der elektrischen Installationen der Krümmungsspulen.

Zum schnellen Abschalten des Feldes der Krümmungsspulen wird der Stromkreis von den Transistoren unterbrochen und die im Feld gespeicherte Energie, wie im Falle der Biasspulen, von einem Varistor absorbiert. Die Schaltpläne und eine detailliertere Beschreibung sind in Anhang A zu finden.

3.5 Sicherheitssysteme

Elektrische Ströme einer Stärke von bis zu 800 Ampère, bei einer maximalen Gesamtleistung von 36 kW, erfordern mehrere, voneinander unabhängige Temperaturüberwachungssysteme. Je Spulenblock sind zwei passive Systeme und ein aktives System zur Temperaturüberwachung im Einsatz.

3.5.1 Passive Sicherheitssysteme

Die passiven Kreise sind mit dem so genannten Interlock der Netzgeräte verbunden. An einem der beiden Pole des Interlocks liegt eine Spannung von 5 V an. Das betreffende Netzgerät kann Leistung ausgeben, wenn eine Verbindung zwischen den Polen besteht. Die passiven Kreise bestehen einerseits aus in Serie geschalteten, an den Spulen angebrachten Thermoschaltern, deren Bimetallstreifen ab einer Temperatur von $45 \pm 5^\circ\text{C}$ den Kontakt des Interlocks öffnet. Weiters sind diesen Kreisen Strömungssensoren zur Überwachung des Kühlwasserflusses in Serie geschaltet. Unterhalb einer Flussmenge von 2,6 l/min unterbrechen sie den Kontakt zum Interlock des jeweiligen Netzgeräts.

3.5.2 Aktives Sicherheitssystem

Die Sensorik des aktiven Systems besteht aus 25 NTC Widerständen (NTC für engl. Negative Temperature Coefficient) deren ohmschen Widerstände sich bei steigender Temperatur verringern. Einer ist an der wassergekühlten Montageplatte der IGBTs angebracht, während je zwei an jeder Biasspule und je zwei an den Krümmungsspulen aufgeklebt sind. Die NTCs sind mit dem so genannten Temperature Dog verbunden. Der Mikrokontroller dieser Schaltung ist darauf programmiert, die sich ändernden Widerstandswerte der NTCs in Temperaturwerte umzuwandeln. Der Ausgang des Temperature Dogs liefert ein TTL-Signal high, wenn alle Widerstandswerte einer Temperatur von weniger als 45°C entsprechen und alle NTCs angeschlossen sind. Im Falle fehlender Konnektivität oder Überhitzung eines NTCs, wird am Gehäuse die Nummer des entsprechenden NTCs mittels fünf Leuchtdioden in Binärcode dargestellt.

3.5.3 Remote Shutdown

Um Störfelder am Experiment zu vermeiden, befinden sich die Netzgeräte zum Betrieb der Biasspulen in einem an das Labor angrenzenden Raum. Der Remote Shutdown ist ein im Labor befindlicher Sicherheitskontrollkasten, der es dem Experimentator im Störfall ermöglicht, die Spulenströme manuell abzuschalten. Er dient auch als Schnittstelle zwischen den von den PID-Reglern ausgegebenen Steuerungsspannungen und den Netzgeräten. Warnmeldungen der Netzgeräte werden mit Leuchtdioden an der Frontseite des Remote Shutdown angezeigt,

siehe Abb. 3.14. Neben den vier Eingängen der PID-Regler-Signale, sind zwei Eingänge für aktive Sicherheitssysteme vorgesehen. An beiden Eingängen muss eine Spannung von 5 Volt anliegen, ansonsten wird der Betrieb der Netzgeräte unterdrückt⁵. Derzeit ist als aktives System der Temperature Dog im Einsatz. Der optionale zweite Eingang kann mittels eines am Gehäuse angebrachten Schalters auf eine Spannung von 5 Volt gelegt werden, um den Betrieb dennoch zu ermöglichen. Der Schaltplan des Remote Shutdown ist in Anhang B zu finden.

Bei der Auslegung des Sicherheitssystems wurde darauf geachtet, dass der Ausfall einer einzelnen Komponente des Systems zur Deaktivierung der Netzgeräte führt.

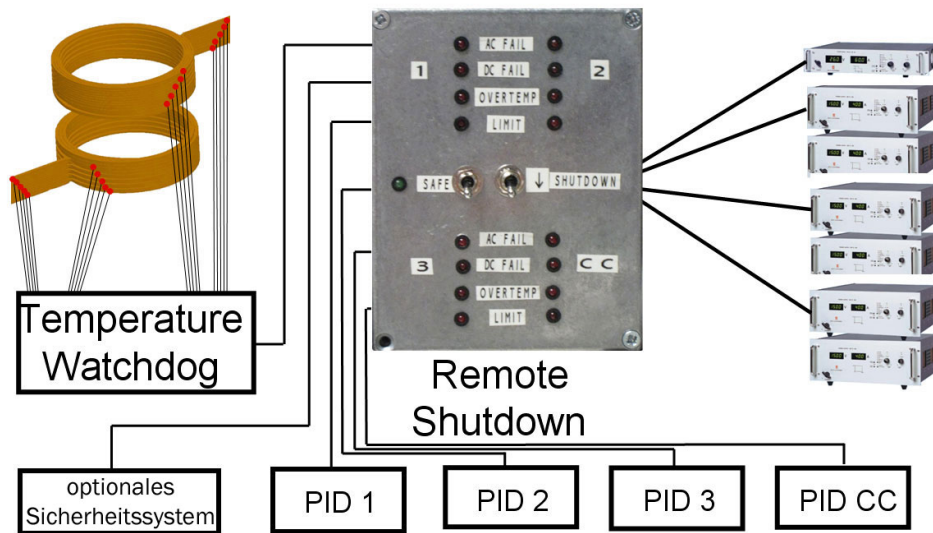


Abbildung 3.14: Schematische Darstellung der Anschlüsse an den Remote Shutdown.

⁵Die Netzteile verfügen, neben dem Interlock, über einen weiteren Eingang zur Unterdrückung der Stromausgabe, den Remote Shutdown, von dem sich die Bezeichnung unseres Kontrollkastens ableitet.

Kapitel 4

Erste Messungen und Ausblick

Nach der Implementierung von Magnetspulen muss deren erzeugtes Magnetfeld kalibriert werden, um die durch die Spulen getriebenen Ströme in magnetische Flussdichten umrechnen zu können. Am vorliegenden Experiment wird zur Kalibrierung des Feldes einer Magnetspule die Aufweitung des Mikrowellenübergangs zwischen den Hyperfeinzuständen $|F = 3, m_F = 3\rangle$ und $|F = 4, m_F = 4\rangle$ verwendet. Im feldfreien Raum entspricht die Hyperfeinstruktur-Aufspaltung des Cäsium-Grundzustands einer Frequenz von 9,192631770 GHz.

Die Atome im Zustand $|F = 3, m_F = 3\rangle$ werden mittels eines Hohlwellenleiters mit einer elektromagnetischen Welle im Mikrowellen-Bereich bestrahlt. Bei angelegtem Magnetfeld wird die Frequenz variiert. Bei der Resonanz-Frequenz gehen die Atome in den Zustand $|F = 4, m_F = 4\rangle$ über, was sich als Teilchenverlust äußert. Die gemessene Resonanz-Frequenz kann unter Verwendung der Breit-Rabi-Formel [Bre31] in eine magnetische Flussdichte umgerechnet werden.

4.1 Feshbach-Resonanzen

Bisher wurden mit dem neuen Magnetspulensystem Verlustratenmessungen zur Bestimmung der Positionen von Feshbach-Resonanzen durchgeführt. In Abb. 4.1 ist eine Berechnung der s -Wellen-Streulänge als Funktion des Magnetfelds im Bereich zwischen 400 G und 900 G dargestellt. Die rote Linie zeigt den Verlauf der Streulänge unter Berücksichtigung der Kopplung von freien Atomen zu s -Wellen-Molekülzuständen, während die blaue Linie auch die Kopplung zu d -Wellen-Molekülzuständen berücksichtigt.

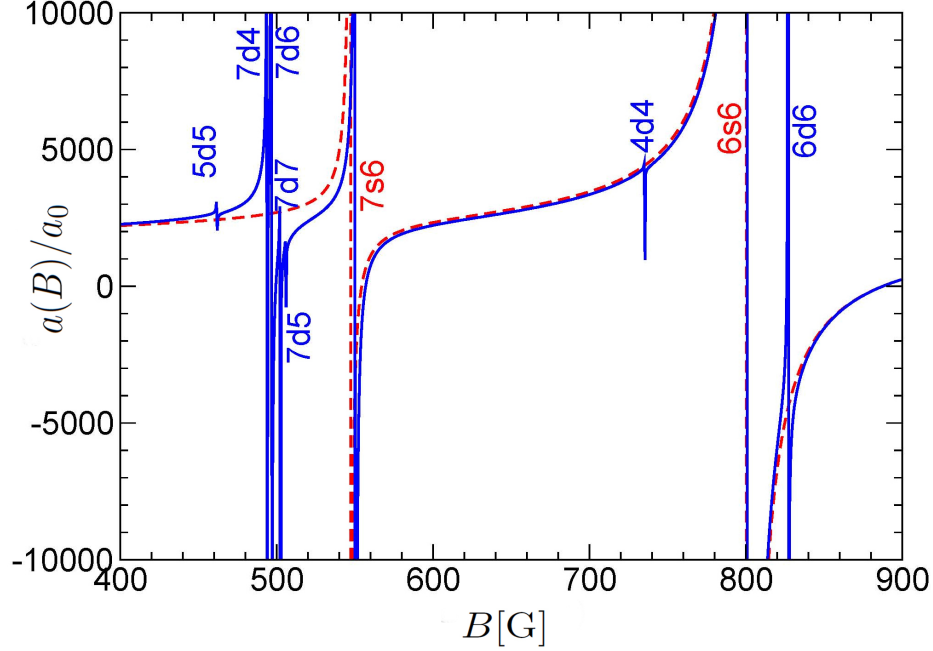


Abbildung 4.1: Berechneter Verlauf der s -Wellen-Streulänge als Funktion des Magnetfelds im Bereich zwischen 400 G und 900 G. Die blaue Linie zeigt s - und d -Wellen-Feshbach-Resonanzen, die rote Linie zeigt s -Wellen-Feshbach-Resonanzen. Abb. bereitgestellt von P. Julienne, NIST.

In Abb. 4.2 ist eine Verlustratenmessung im Bereich zwischen 490 G und 510 G zu sehen. Positionen von Feshbach-Resonanzen äußern sich durch erhöhte Teilchenverluste, da die Streulänge ansteigt und es gemäß Gl. (2.20) zu resonanter Erhöhung der Dreikörper-Rekombinationsrate kommt. Nulldurchgänge der Streulänge äußern sich durch Maxima der Teilchenzahl. In Abb. 4.2 sind d -Wellen-Feshbach-Resonanzen gekennzeichnet. Angegeben sind die Quantenzahlen $f\ell m_f$, siehe Abschnitt 2.4.

Die gemessenen Verlustresonanzen konnten durch Vergleich mit theoretischen Vorhersagen als Kopplung der jeweiligen Molekülzustände mit freien Atomen identifiziert werden [Jul10]. Die berechneten Positionen der Feshbach-Resonanzen bei hohen magnetischen Feldern zwischen 400 G und 900 G, siehe Abb. 4.1, wurden auf Grund einer Unstimmigkeit mit den experimentellen Ergebnissen um 8 G in Richtung geringere magnetische Flussdichte korrigiert.

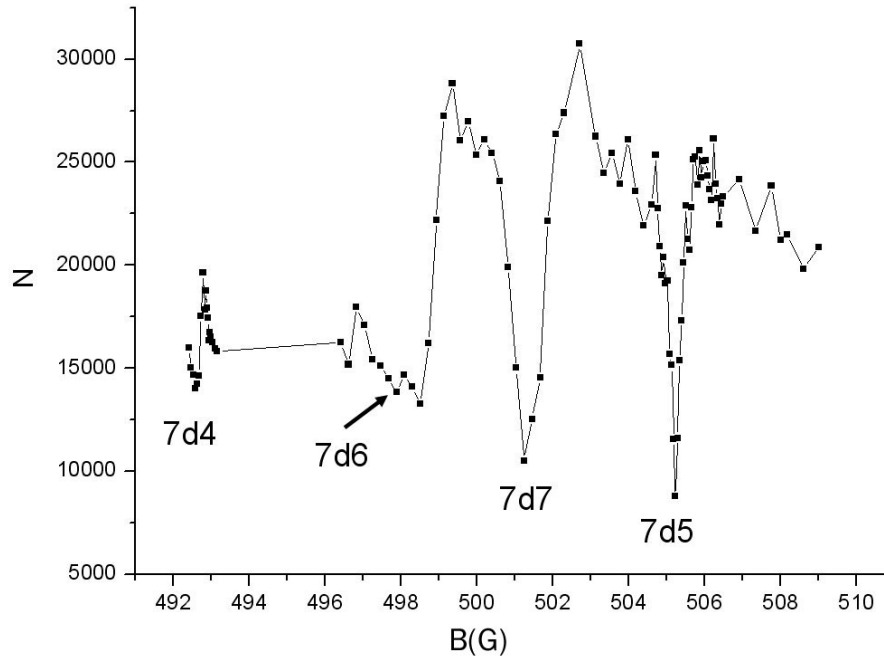


Abbildung 4.2: Verlustratenmessung. Dargestellt ist die Teilchenzahl N als Funktion der magnetischen Flussdichte B im Bereich zwischen 490 G und 510 Gauss. Die gekennzeichneten Minima konnten als d -Wellen-Feshbach-Resonanzen identifiziert werden. Maxima deuten auf Nulldurchgänge der Streulänge hin.

4.2 Ausblick

Ein Schwerpunkt zukünftiger Experimente liegt in der Erforschung des Efimov-Szenarios bei hohen Magnetfeldern. An den beiden entrance-channel dominated Feshbach-Resonanzen bei 550 G und 800 G, siehe Abb. 4.1, wird die Beobachtung von angeregten Efimov-Zuständen möglich. Der von Efimov vorhergesagte Skalierungsfaktor von 22,7 in der Streulänge von einem Zustand in den nächsten wird experimentell bestimmbar. Weiters wird untersucht werden, ob die Stärke des Magnetfelds Einfluss auf den Dreikörperparameter κ_* nimmt.

In den bisherigen Experimenten wurde zur Verstimmung der Streulänge die s -Wellen-Feshbach-Resonanz 44(6) genutzt, bei der die zugänglichen Bereiche positiver und negativer Streulänge über einen Nulldurchgang miteinander verbunden sind, siehe Abb. 2.8. Bei den Resonanzen bei 550 G und 800 G sind die Bereiche positiver und negativer Streulänge, ebenso wie im idealen Efimov-Szenario, über einen Pol miteinander verbunden, an dem die Streulänge divergiert. Es bleibt zu untersuchen, ob die unterschiedlichen Verbindungen der beiden Bereiche Auswirkungen auf die Positionen der triatomaren und der Atom-Dimer-Efimov-Resonanzen zueinander haben.

Ein anderer Schwerpunkt liegt in der Untersuchung der Dimer-Dimer-Wechselwirkung. Im vorliegenden Experiment kann ein Ensemble universeller Dimere gebildet werden. Gemäß der Erweiterung des Efimov-Szenarios divergiert die Streulänge der Dimere an Dimer-Dimer-Resonanzen. Dies bietet die Möglichkeit, die Wechselwirkung der Dimere, ähnlich wie für freie Atome an Feshbach-Resonanzen, magnetisch zu verstimmen.

Anhang A

H-Brücke

Die H-Brücke wird dazu verwendet, die Flussrichtung des Stroms durch die Krümmungsspulen umzupolen, siehe Schaltplan auf Seite 64. Transistoren (jeweils drei in Parallelschaltung) werden als Schalter verwendet und so angesteuert, dass diagonal gegenüberliegende leitend sind.

Zum Betrieb der H-Brücken-Schaltung werden zwei TTL-Ausgänge der Adwin verwendet, welche mit den Eingängen *Enable* und *Direction* verbunden sind. Bei Eingabe von Enable high kann Strom in dem Drehsinn durch die Spulen fließen, dass die Inhomogenität des Feldes der Biasspulen kompensiert wird. Bei gleichzeitiger Eingabe von Enable und Direction high, kehrt sich der Stromfluss um und die Krümmung wird verstärkt.

Wird Enable auf low gesetzt, so wird der Stromkreis von den Transistoren unterbrochen und die im Feld gespeicherte Energie von einem Varistor (S20K40) absorbiert. Je höher die Varistor-Durchbruchspannung, desto schneller die Abschaltzeit des Stroms. Die Durchbruchspannung darf jedoch 80 V nicht überschreiten, um Schaden am H-Brückentreiber (HIP 4081) zu vermeiden.

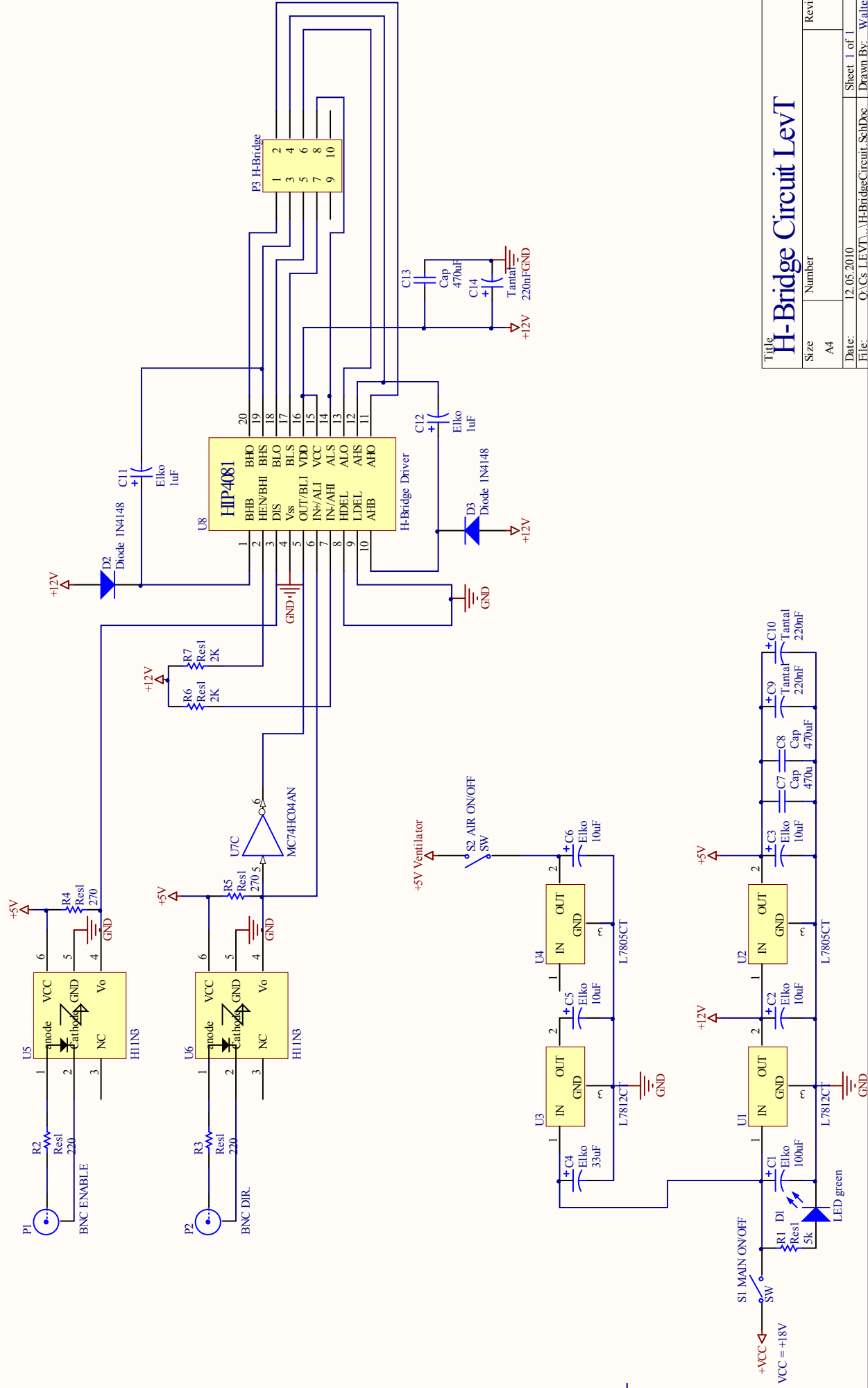
Der maximale Strom der Krümmungsspulen kann auf 20 A, 30 A und 60 A eingestellt werden. Für 20 A wird die Stromleitung dreifach durch den Kompensationsstromwandler (siehe Abb. 3.13) geführt, für 30 A zweifach und für 60 A einfach. Für hohe Stromstärken, $I > 20$ A, ist es erforderlich, den Ventilator zur Kühlung der Transistoren durch Betätigung des Kippschalters Air-On zu aktivieren. Die H-Brücke ist für $I_{\max} = 60$ A des Netzgeräts ausgelegt. Auf Grund der Wärmeentwicklung an den Spulen sollten keine Ströme von $I > 40$ A getrieben werden. Bei einer Dauerbelastung von $I = 40$ A wurde eine Temperaturerhöhung von 20°C gemessen.

A

B

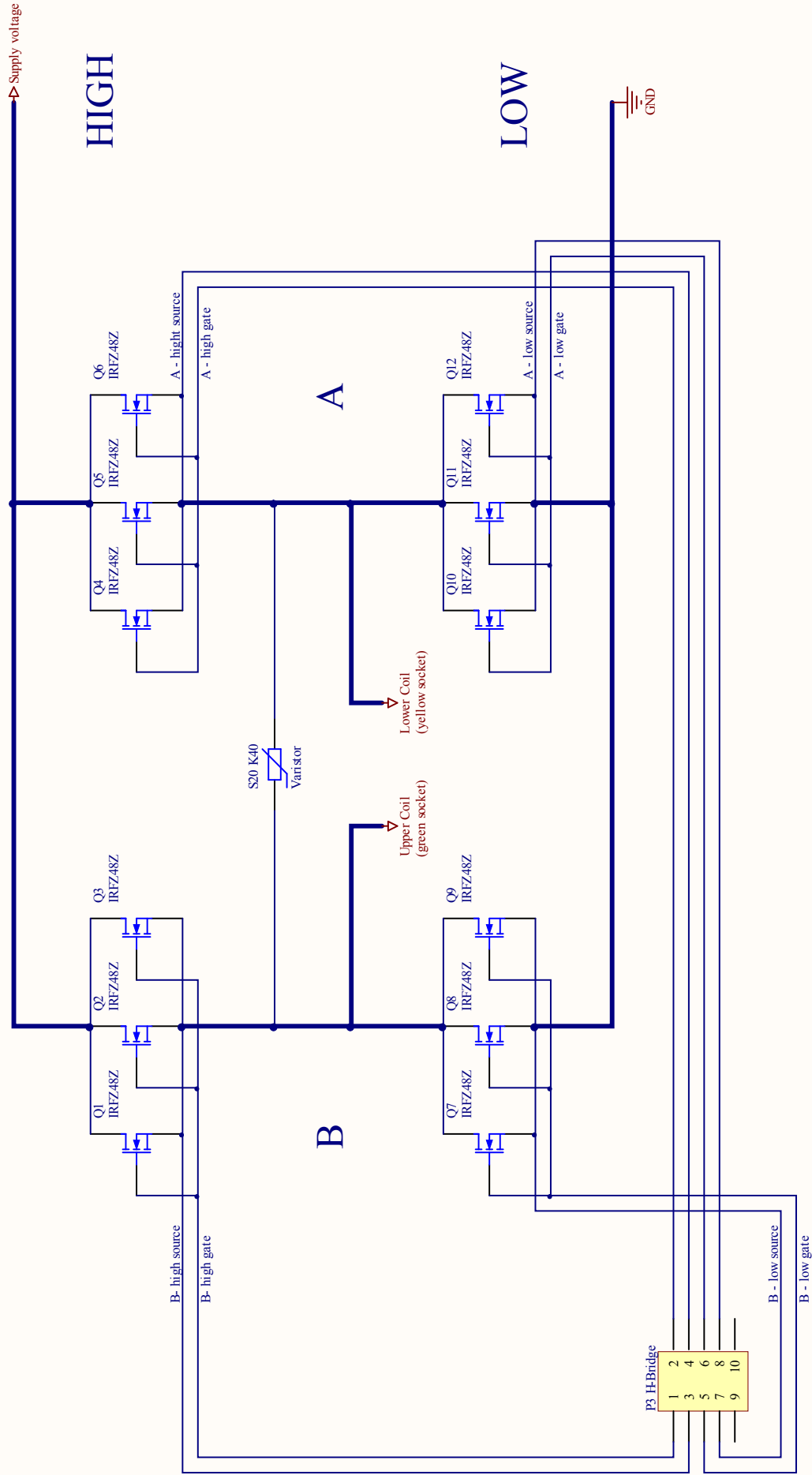
C

D



H-Bridge Circuit LevT

Size	Number	Revision
A4		
Date:	12.05.2010	Sheet 1 of 1
File:	Q:\Cs LEVT\...\H-BridgeCircuit_SchDoc	Drawn By: Walter Harm



Title
H-Bridge LevT

Size	Number	Revision
A4		
Date:	12.05.2010	Sheet 1 of 1
File:	Q:\Cs LEVT\...\H-Bridge SchDoc	Drawn By:Walter Ham

Anhang B

Remote Shutdown

Der Remote Shutdown ist ein Kontrollkasten, der folgende Zwecke erfüllt:

- Manuelle Deaktivierung der Netzgeräte
- Schnittstelle zwischen PID-Reglern und Netzgeräten
- Schnittstelle zwischen aktivem Sicherheitssystem und der Netzgeräte
- Anzeige von Warnmeldungen der Netzgeräte

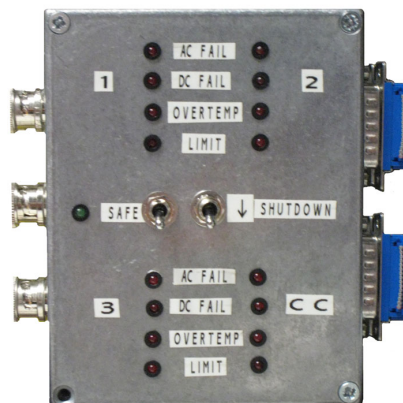


Abbildung B.1: Remote Shutdown.

An den Remote Shutdown werden die jeweils 15 analogen Ein- und Ausgänge der Netzgeräte, die Steuerspannungen der PID-Regler und das aktive Sicherheitssys-

tem angeschlossen. Die Versorgungsspannung wurde zur Einsparung eines Netzgeräts auf $VCC = 18\text{ V}$ ausgelegt, siehe Schaltplan auf Seite 69. Der Remote Shutdown kann dadurch an das Netzgerät der PID-Regler angeschlossen werden.

Die manuelle Deaktivierung der Netzgeräte erfolgt mit den beiden Kippschaltern an der Frontseite des Remote Shutdown. Der linke Schalter deaktiviert die Netzgeräte der Spulenblöcke 1 und 2 und der rechte Schalter das Netzgerät des Spulenblocks 3 und das der Krümmungsspulen.

Zwei Eingänge sind für aktive Sicherheitssysteme vorgesehen. Im störungsfreien Fall (5 V an beiden Eingängen) leuchtet eine grüne Leuchtdiode (SAFE) an der Frontseite des Remote Shutdown. Derzeit ist nur *ein* aktives Sicherheitssystem im Einsatz, der Temperature Dog. Der zweite Eingang kann mittels eines Kippschalters an der Unterseite des Remote Shutdown auf 5 V gelegt werden, um den Betrieb dennoch zu ermöglichen.

Folgende Warnmeldungen der jeweiligen Netzgeräte der Spulenblöcke 1 bis 3 und der Krümmungsspulen CC (für engl. curvature coils) werden an der Frontseite des Remote Shutdown, siehe Abb. [B.1](#), mit roten Leuchtdioden angezeigt: AC FAIL, DC FAIL, OVERTEMP und LIMIT. AC FAIL leuchtet auf, wenn die zeitliche Änderung der Steuerspannung zu groß ist (beispielsweise Schwingen eines PID-Regelsignals). Weicht der ausgegebene Strom um $\pm 5\%$ vom vorgegebenen Wert ab, so leuchtet DC FAIL auf. OVERTEMP weist auf eine Überhitzung des Netzgeräts hin. An jedem Netzgerät kann eine Strom- und Spannungsbegrenzung eingestellt werden. Wird eine der beiden Begrenzungen erreicht, so leuchtet LIMIT auf.

Anhang C

Fertigung der Spulen

Zur Realisierung der Blöcke 1, 2, und 3 der Biasspulen, siehe Abb. 3.2, wurden insgesamt 10 Spulen in vier unterschiedlichen Formen gefertigt. Block 1 besteht aus einer oberen und einer spiegelsymmetrischen unteren Spule. Die Spulen der Blöcke 2 und 3 sind identisch und bestehen aus jeweils zwei oberen und zwei spiegelsymmetrischen unteren Spulen.

Ausgangsmaterial für die Fertigung der Biasspulen sind Kupferrohre mit quadratischem Querschnitt, mit welchen sich dichte Wicklungen erzielen lassen. In Tab. 3.2 sind die Abmessungen der Kupferrohre aufgelistet.

Block	Anzahl	Länge [m]	Kantenlänge [mm]	Wandstärke [mm]
1	2	11	5,5	1,4
2	4	9	4	1
3	4	9	4	1

Tabelle C.1: Abmessungen der Kupferrohre. Die Kantenlänge bezieht sich auf den quadratischen Querschnitt der Rohre.

Ausrichtung der Kupferrohre

Die Kupferrohre des Herstellers Eugen Geyer GmbH wurden aufgerollt geliefert. Sie wurden ausgerollt und, um sämtliche Biegungen zu glätten, mit einer Presskraft von 10 kN auf einer Länge von einem Meter bearbeitet, siehe Abb. C.1. Die Rohre wurden nach jedem Hub der Presse um einen halben Meter in der Länge versetzt und um den Winkel von 90° gewendet.



Abbildung C.1: Photographie der Presse zur Ausrichtung der Kupferrohre.

Glühen der Kupferrohre

Bei der Herstellung der Kupferrohre und den mehrfachen Kaltverformungen (Einrollen, Ausrollen und Ausrichten der Rohre), kommt es zu Veränderungen im Kristallgefüge des Kupfers. Das Metall wird härter und es treten durch ungleichmäßige Kraftwirkung bei der Formgebung der Rohre innere Spannungen auf, die einer erneuten Formgebung, wie dem Wickeln zu einer Spule, entgegenwirken können. So genannte Kaltverfestigungen und innere Spannungen können durch eine thermische Behandlung rückgängig gemacht bzw. verringert werden.

Zur Verbesserung der mechanischen Eigenschaften der Rohre zum Wickeln der Spulen, wurde ein Weichglüh-Verfahren angewendet. Diese thermische Behandlung ist eine Kombination aus Rekristallisationsglühen und Spannungsarmglühen. Dabei wird der Werkstoff auf eine bestimmte Temperatur gebracht und bis zu mehrere Stunden auf dieser gehalten. In dieser Zeit rekristallisieren die gestreckten Kristallite des verformten Gefüges. Weiters sinkt bei höherer Temperatur die Fließgrenze des Metalls und innere Spannungen können sich durch plastische Verformung bis auf eine Restspannung verringern. Wesentlich beim Spannungsarmglühen ist eine langsame Abkühlung, um gleichmäßiges Schrumpfen des Materials zu ermöglichen. Große Temperaturunterschiede zwischen Werkstückkern und Randzone können dadurch vermieden werden [Wei00].

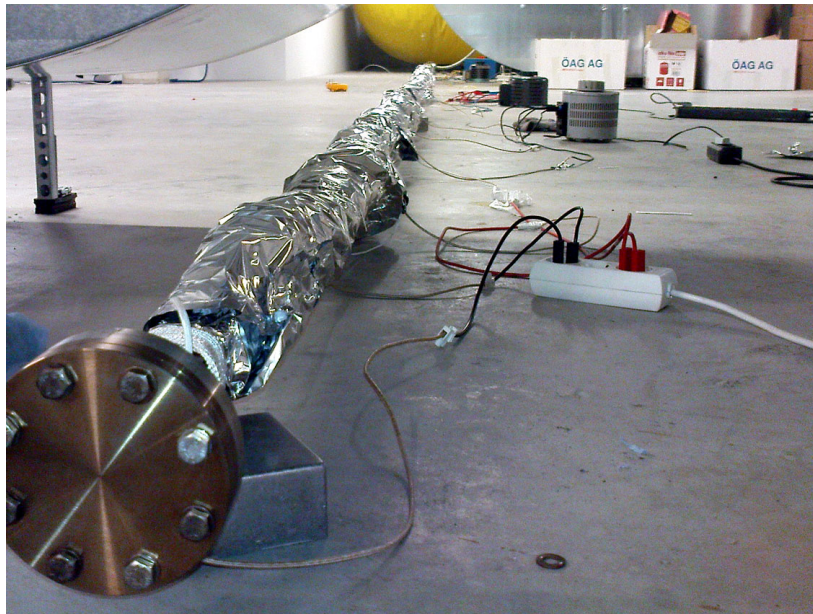


Abbildung C.2: Photographie des 12 m langen Ofens mit dem die Kupferrohre weichgeglüht wurden. Der Ofen besteht aus verschraubten Stahlrohren, an deren Außenseite Heizelemente angebracht sind. Zur Erhöhung der Temperatur wurde der Ofen mit Aluminiumfolie umhüllt.

Als Ofen wurden mit Flanschen verschraubte und abgedichtete Stahlrohre einer Gesamtlänge von 12 m verwendet, siehe Abb. C.2. An der Außenseite des Ofens wurden Heizelemente angebracht. Um die bei höheren Temperaturen begünstigte Oxidation der Oberfläche der Kupferrohre zu reduzieren, wurde der Ofen mit einer Vakuumpumpe auf einen Druck von 3×10^{-1} mbar gebracht. Weiters wurden die Kupferrohre vor der thermischen Behandlung mit Aceton gereinigt.

Rekristallisations- und Spannungsarmglühen erfolgte bei einer gleichmäßigen Außentemperatur des Ofens von etwa 400°C für eine Dauer von 120 min. Die Temperatur wurde mit einem NTC-Widerstand mehrmals auf Konstanz und Gleichmäßigkeit kontrolliert und gegebenenfalls über die den jeweiligen Heizelementen zugeführte Leistung lokal verändert. Zur Einleitung der reinen Spannungsarmglühphase wurden die Heizelemente abgedreht. Die Abkühlung der Rohre auf Raumtemperatur erfolgte in einer Zeitspanne von 30 min. Nach der Belüftung des Ofens wurden die Rohre erneut mit Aceton gereinigt.

Wickeln der Spulen

Zur elektrischen Isolierung der Windungen wurden die Rohre mit Schläuchen aus Glasfaser des Herstellers Favier überzogen. In Abb. C.3 sind Darstellungen der Windungswerkzeuge zur Wicklung der oberen Spulen der Biasspulenblöcke zu sehen. Insgesamt mussten 4 Windungswerkzeuge gefertigt werden.

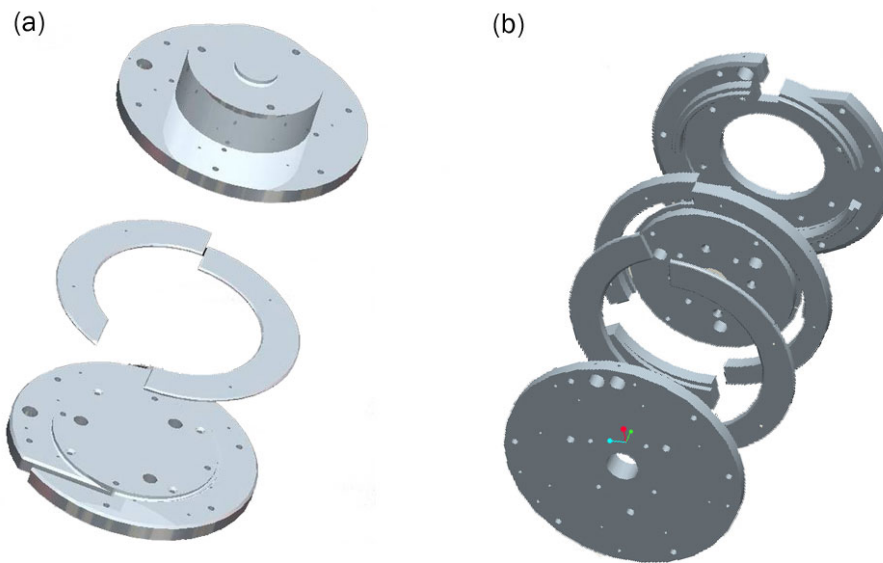


Abbildung C.3: (a) Darstellung des Windungswerkzeugs zur Wicklung der oberen Spulen aus den Blöcken 2 und 3 und (b) der oberen Spule aus Block 1.

Das jeweilige Windungswerkzeug wurde auf einer elektrisch betriebenen Schweißvorrichtung montiert, mit der die Rotationsgeschwindigkeit kontinuierlich auf weniger als eine Umdrehung/min eingestellt werden konnte. Zur Verklebung der Wicklungen untereinander wurde Epoxidharz *RESIN* des Herstellers Ellsworth verwendet. Um ein Verkleben der Spule mit dem Windungswerkzeug zu vermeiden, wurden sämtliche mit der Spule in Kontakt tretende Oberflächen der Windungswerkzeuge mit Teflon beschichteter Klebefolie versehen.

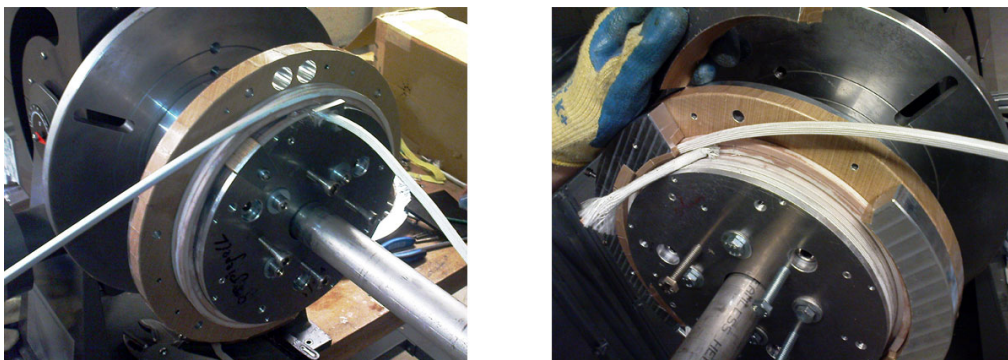


Abbildung C.4: Photographien, die während des Wickelns der beiden Spulen des Blocks 1 entstanden sind.

Während des Wickelns musste stets darauf geachtet werden das weichgeglühte Spulenrohr nicht unvorhergesehen zu verbiegen. Verformungen können auf Grund der Kaltverfestigung nicht beliebig rückgängig gemacht werden. Abb. C.4 gibt einen Eindruck von der Methodik des Wickelns. Ein Ende des Spulenrohres wurde lose mit Kabelbindern entlang eines in der Rotationsachse montierten Stahlrohres geführt. Das andere Ende wurde in der Rotationsebene von der Vorrichtung weggeführt und an einem verschiebbaren Gewicht von etwa 8 kg befestigt, um das Spulenrohr bei Rotation selbsttätig auf Zugspannung zu halten und dadurch dichte Wicklungen zu erzielen. Zusätzlich wurde das Spulenrohr mit einem Kunststoffhammer während der Rotation gegen das Windungswerkzeug geklopft. Anschließend wurde der Drehsinn der Schweißvorrichtung geändert und das verbleibende Ende auf die gleiche Weise gewickelt.

Nach 24 Stunden erreicht die Mischung aus Harz und Härter maximale Festigkeit und die Spule kann entnommen werden. In Abb. C.5 ist eine Photographie einer der oberen Spulen aus Block 2 und 3 zu sehen.

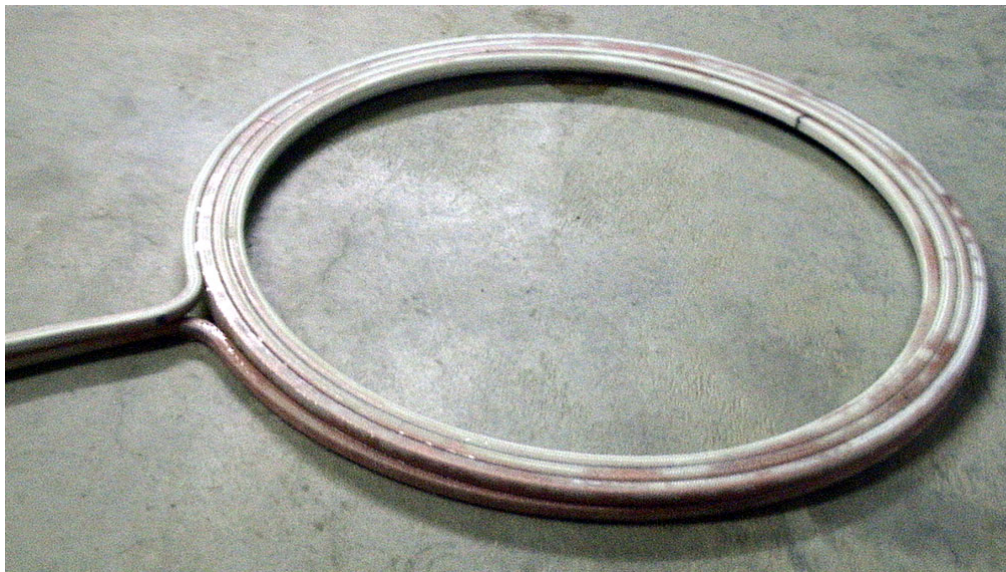


Abbildung C.5: Photographie einer oberen Spule aus Block 2 und 3.

Literaturverzeichnis

- [Alt05] A. Altmeyer, *Collective oscillations of an ultracold quantum gas in the BEC-BCS crossover regime*, Dissertation, Universität Innsbruck [2005]
- [Ama73] R. D. Amado und F. C. Greenwood, *There Is No Efimov Effect for Four or More Particles*, Phys. Rev. D **7**, 2517 [1973]
- [And95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell, *Observation of Bose-Einstein condensation in dilute atomic vapor*, Science **269**, 198 [1995]
- [And97] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle, *Observation of Interference Between Two Bose-Einstein Condensates*, Science **257**, 637 [1997]
- [Arl98] J. Arlt, P. Bance, S. Hopkins, J. Martin, S. Webster, A. Wilson, K. Zetie und C. J. Foot, *Suppression of collisional loss from a magnetic trap*, J. Phys. B **31**, 321 [1998]
- [Bar09] G. Barontini, C. Weber, F. Rabatti, J. Catani, G. Thalhammer, M. Inguscio und F. Minardi, *Observation of Heteronuclear Atomic Efimov Resonances*, Phys. Rev. Lett. **103**, 043201 [2009]
- [Bed00] P. F. Bedaque, E. Braaten und H.-W. Hammer, *Three-body Recombination in Bose Gases with Large Scattering Length*, Phys. Rev. Lett. **85**, 908 [2000]
- [Ber87] T. Bergeman, G. Erez und H. J. Metcalf, *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*, Phys. Rev. A **35**, 1535 [1987]
- [Bos24] S. Bose, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, Z. Phys. **26**, 178 [1924]
- [Bra95] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett und R. G. Hulet, *Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions*, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 [1995]

- [Bra01] E. Braaten und H.-W. Hammer, *Three-Body Recombination into Deep Bound States in a Bose Gas with Large Scattering Length*, Phys. Rev. Lett. **87**, 160407 [2001]
- [Bra04] E. Braaten und H.-W. Hammer, *Enhanced dimer relaxation in an atomic and molecular Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **70**, 042706 [2004]
- [Bra06] E. Braaten und H.-W. Hammer, *Universality in Few-Body Systems with Large Scattering Length*, Phys. Rep. **428**, 259 [2006]
- [Bra07] E. Braaten und H.-W. Hammer, *Resonant dimer relaxation in cold atoms with a large scattering length*, Phys. Rev. A **75**, 052710 [2007]
- [Bra09] E. Braaten, H.-W. Hammer, D. Kang und L. Platter, *Three-Body Recombination of ^6Li Atoms with Large Negative Scattering Lengths*, Phys. Rev. Lett. **103**, 073202 [2009]
- [Bre31] G. Breit und I. I. Rabi, *Measurement of Nuclear Spin*, Phys. Rev. **38**, 2082 [1931]
- [Brü05] R. Brühl, A. Kalinin, O. Kornilov, J. P. Toennies, G. C. Hegerfeldt und M. Stoll, *Matter Wave Diffraction from an Inclined Transmission Grating: Searching for the Elusive ^4He Trimer Efimov State*, Phys. Rev. Lett. **95**, 063002 [2005]
- [Chi01] C. Chin, *Cooling, Collisions and Coherence of Cold Cesium Atoms in a Trap*, Dissertation, Stanford University [2001]
- [Chi04] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman, S. Chu, E. Tiesinga, P. J. Leo und C. J. Williams, *Precision Feshbach spectroscopy of ultracold Cs_2* , Phys. Rev. A **70**, 032701 [2004]
- [Chi10] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne und E. Tiesinga, *Feshbach resonances in ultracold gases*, Rev. Mod. Phys. **82**, 1225 [2010]
- [Chu98] S. Chu, *Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 [1998]
- [CT98] C. N. Cohen-Tannoudji, *Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons*, Rev. Mod. Phys. **70**, 707 [1998]
- [Dav95] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle, *Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 [1995]

- [D'I05] J. P. D'Incao und B. D. Esry, *Scattering Length Scaling Laws for Ultracold Three-Body Collisions*, Phys. Rev. Lett. **94**, 213201 [2005]
- [D'I06] J. P. D'Incao und B. D. Esry, *Mass dependence of ultracold three-body collision rates*, Phys. Rev. A **73**, 030702 [2006]
- [D'I09] J. P. D'Incao, J. von Stecher und C. H. Greene, *Universal Four-Boson States in Ultracold Molecular Gases: Resonant Effects in Dimer-Dimer Collisions*, Phys. Rev. Lett. **103**, 033004 [2009]
- [Efi70] V. Efimov, *Energy Levels Arising from Resonant Two-Body Forces in a Three-Body System*, Phys. Lett. B **33**, 563 [1970]
- [Efi71] V. Efimov, *Weakly-Bound States of Three Resonantly-Interacting Particles*, Sov. J. Nucl. Phys. **12**, 589 [1971]
- [Efi73] V. Efimov, *Energy Levels of Three Resonantly-interacting Particles*, Nucl. Phys. A **210**, 157 [1973]
- [Ein25] A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. 3–10 [1925]
- [Esr99] B. D. Esry, C. H. Greene und J. P. Burke, *Recombination of Three Atoms in the Ultracold Limit*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1751 [1999]
- [Esr06] B. D. Esry und C. H. Greene, *A m  nage    trois laid bare*, Nature **440**, 298 [2006]
- [Fer08] F. Ferlaino, S. Knoop, M. Mark, M. Berninger, H. Schöbel, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Collisions between Tunable Halo Dimers: Exploring an Elementary Four-Body Process with Identical Bosons*, Phys. Rev. Lett. **101**, 023201 [2008]
- [Fer09] F. Ferlaino, S. Knoop, M. Berninger, W. Harm, J. P. D'Incao, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Evidence for Universal Four-Body States Tied to an Efimov Trimer*, Phys. Rev. Lett. **102**, 140401 [2009]
- [Fer10] F. Ferlaino und R. Grimm, *Forty years of Efimov physics: How a bizarre prediction turned into a hot topic*, Physics **3**, 9 [2010]
- [Fes58] H. Feshbach, *Unified Theory of nuclear reactions*, Ann. Phys. **5**, 357 [1958]
- [GO98] D. Guéry-Odelin, J. Söding, P. Desbiolles und J. Dalibard, *Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible?*, Europhys. Lett. **44**, 26 [1998]

- [Gog08] A. O. Gogolin, C. Mora und R. Egger, *Analytical Solution of the Bosonic Three-Body Problem*, Phys. Rev. Lett. **100**, 140404 [2008]
- [Gre02] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch und I. Bloch, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature **415**, 39 [2002]
- [Gre10] C. H. Greene, *Universal insights from few-body land*, Phys. Today **63**, 40 [2010]
- [Gri93] G. F. Gribakin und V. V. Flambaum, *Calculation of the scattering length in atomic collisions using the semiclassical approximation*, Phys. Rev. A **48**, 546 [1993]
- [Gri00] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 [2000]
- [Gro09] N. Gross, Z. Shotan, S. Kokkelmans und L. Khaykovich, *Observation of Universality in Ultracold ^7Li Three-Body Recombination*, Phys. Rev. Lett. **103**, 163202 [2009]
- [Ham07] H. W. Hammer und L. Platter, *Universal properties of the four-body system with large scattering length*, Eur. Phys. J. A **32**, 113 [2007]
- [Han06] G. J. Hanna und D. Blume, *Energetics and structural properties of three-dimensional bosonic clusters near threshold*, Phys. Rev. A **74**, 063604 [2006]
- [Her03] J. Herbig, T. Kraemer, M. Mark, T. Weber, C. Chin, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Preparation of a Pure Molecular Quantum Gas*, Science **301**, 1510 [2003]
- [Her05] J. Herbig, *Quantum-Degenerate Cesium: Atoms and Molecules*, Dissertation, Universität Innsbruck [2005]
- [Hop00] S. A. Hopkins, S. Webster, J. Arlt, P. Bance, S. Cornish, O. Maragò und C. J. Foot, *Measurement of elastic cross section for cold cesium collisions*, Phys. Rev. A **61**, 032707 [2000]
- [Jen04] A. S. Jensen, K. Riisager, D. V. Fedorov und E. Garrido, *Structure and Reactions of Quantum Halos*, Rev. Mod. Phys. **76**, 215 [2004]
- [Joc03] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker Denschlag und R. Grimm, *Bose-Einstein Condensation of Molecules*, Science **302**, 2101 [2003]
- [Jul10] P. S. Julienne, Private Kommunikation [2010]

- [Ket96] W. Ketterle und N. v. Druten, *Evaporative cooling of trapped atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **37**, 70 [1996]
- [Kha02] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin und C. Salomon, *Formation of a Matter-Wave Bright Soliton*, Science **296**, 1290 [2002]
- [Kno08] S. Knoop, M. Mark, F. Ferlaino, J. G. Danzl, T. Kraemer, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Metastable Feshbach Molecules in High Rotational States*, Phys. Rev. Lett. **100**, 083002 [2008]
- [Kno09] S. Knoop, F. Ferlaino, M. Mark, M. Berninger, H. Schöbel, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Observation of an Efimov-like resonance in ultracold atom-dimer scattering*, Nature Physics **5**, 227 [2009]
- [Köh06] T. Köhler, K. Góral und P. S. Julienne, *Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances*, Rev. Mod. Phys. **78** [2006]
- [Kra04] T. Kraemer, J. Herbig, M. Mark, T. Weber, C. Chin, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Optimized Production of a Cesium Bose-Einstein Condensate*, Appl. Phys. B **79**, 1013 [2004]
- [Kra06a] T. Kraemer, M. Mark, P. Waldburger et al., *Evidence for Efimov Quantum States in an Ultracold Gas of Cesium Atoms*, Nature **440**, 315 [2006]
- [Krä06b] T. Krämer, *Few-Body Interactions in an Ultracold Gas of Cesium Atoms*, Dissertation, Universität Innsbruck [2006]
- [Lee07] M. D. Lee, T. Köhler und P. S. Julienne, *Excited Thomas-Efimov levels in ultracold gases*, Phys. Rev. A **76** [2007]
- [Mar07] M. Mark, F. Ferlaino, S. Knoop, J. G. Danzl, T. Kraemer, C. Chin, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Spectroscopy of ultracold trapped cesium Feshbach molecules*, Phys. Rev. A **76**, 042514 [2007]
- [Mar08] M. Mark, *Exploring ultracold trapped cesium Feshbach molecules*, Dissertation, Universität Innsbruck [2008]
- [Met99] H. J. Metcalf und P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer, New York, 1999
- [Mey03] T. P. Meyrath, *Electromagnet design for cold atom experiments* [2003], <http://george.ph.utexas.edu/~meyrath/informal/electromagnets.pdf>
- [Moe95] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar und A. Axelsson, *Resonances in ultracold collisions of ^6Li , ^7Li , and ^{23}Na* , Phys. Rev. A **51**, 4852 [1995]

- [Nie99] E. Nielsen und J. H. Macek, *Low-Energy Recombination of Identical Bosons by Three-Body Collisions*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1751 [1999]
- [Phi98] W. D. Phillips, *Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 [1998]
- [Pol09] S. E. Pollack, D. Dries und R. G. Hulet, *Universality in Three- and Four-Body Bound States of Ultracold Atoms*, Science **326**, 1683 [2009]
- [Sch98] F. Schwabl, *Quantenmechanik*, Springer Verlag, 1998, 5. Auflage
- [Söd98] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, G. Ferrari und J. Dalibard, *Giant Spin Relaxation of an Ultracold Cesium Gas*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1869 [1998]
- [Ste09a] J. von Stecher, *Weakly Bound Cluster States of Efimov Character* [2009], <http://arxiv.org/abs/0909.4056>
- [Ste09b] J. von Stecher, J. P. D’Incao und C. H. Greene, *Signatures of universal four-body phenomena and their relation to the Efimov effect*, Nature Physics **5**, 417 [2009]
- [Sto05] M. Stoll und T. Köhler, *Production of Three-Body Efimov Molecules in an Optical Lattice*, Phys. Rev. A **72**, 022714 [2005]
- [Tho35] L. H. Thomas, *The Interaction Between a Neutron and a Proton and the Structure of H^3* , Phys. Rev. **47**, 903 [1935]
- [Tie99] U. Tietze und C. Schenk, *Halbleiter-Schaltungstechnik*, Springer Verlag, 1999, 11. Auflage
- [Web03a] T. Weber, *Bose-Einstein Condensation of Optically Trapped Cesium*, Dissertation, Universität Innsbruck [2003]
- [Web03b] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Bose-Einstein Condensation of Cesium*, Science **299**, 232 [2003]
- [Web03c] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Three-Body Recombination at Large Scattering Lengths in an Ultracold Atomic Gas*, Phys. Rev. Lett. **91** [2003]
- [Wei00] W. Weißbach, *Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung*, Vieweg, 2000, 13. Auflage
- [Wen09] A. N. Wenz, T. Lompe, T. B. Ottenstein, F. Serwane, G. Zürn und S. Jochim, *Universal trimer in a three-component Fermi gas*, Phys. Rev. A **80**, 040702 [2009]

- [Wil09] J. R. Williams, E. L. Hazlett, J. H. Huckans, R. W. Stites, Y. Zhang und K. M. O'Hara, *Evidence for an Excited-State Efimov Trimer in a Three-Component Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **103**, 130404 [2009]
- [Win84] W. H. Wing, *On Neutral Particle Trapping in Quasielectrostatic Electromagnetic Fields*, Prog. Quant. Elect. **8**, 181 [1984]
- [Zac09] M. Zaccanti, D. Deissler, C. D'Errico, M. Fattori, M. Jona-Lasinio, S. Müller, G. Roati, M. Inguscio und G. Modugno, *Observation of an Efimov spectrum in an atomic system*, Nature Physics **5**, 586 [2009]

Danksagung

Mein erster Dank gilt Rudolf Grimm, dem eindrucksvollen Schöpfer und Leiter einer der erfolgreichsten Forschungsgruppen der experimentellen Quantenphysik. Als Betreuer meiner Diplomarbeit hat er mir Eigenständigkeit in der Erfüllung meiner Aufgabe anvertraut und mir gleichzeitig die uneingeschränkte Teilnahme und Mitwirkung an internationalen Konferenzen in Zürich, Wien, Innsbruck und Rom ermöglicht. Diese und viele andere Erfahrungen in seinem Umfeld haben mein Interesse an Naturwissenschaften auf eine mir bislang unbekannte Ebene gehoben. Eine Entwicklung, die mir im weiteren Verlauf dienlich sein wird. Ein neuer Bezug zur Wissenschaft, dem ich stets dankbar verbunden bleiben werde. Ich möchte Rudi auch für den intensiven persönlichen Einsatz bei der Entstehung dieser Arbeit danken. Ich weiß seine Bemühungen sehr zu schätzen.

Hanns-Christoph Nägerl hat mich sehr herzlich in die Gruppe eingeführt, während Manfred Mark und Johann Danzl mir im Zuge eines Praktikums äußerst geduldig und verständnisvoll die Grundlagen der Elektronik näher gebracht haben. Ich danke den Herren vielmals für die freundliche Aufnahme und die anhaltende Hilfsbereitschaft.

Martin Berninger gab mir von Beginn an der Zusammenarbeit das Gefühl, an seiner Seite willkommen zu sein und mich für unsere Vorhaben als nützlich zu erweisen. Er hat mich durch seine Versiertheit immer wieder höchst beeindruckt und ich werde noch sehr lange darüber lachen, wie er in seiner maßlosen Bescheidenheit behauptete, nur Tensoren zweiter Stufe verjüngen zu können. Er sieht Physik im großen Kontext. Ich durfte viel von ihm lernen.

Ich möchte dem mittleren Management des LevT-Experiments mit einem herzlichen *Grazie* für die fürsorgliche Unterstützung danken. Francesca Ferlino vor allem für ihre Bemühung, mich in sämtliche Diskussionen einzubinden, und Alessandro Zenesini für seine tatkräftige Hilfe in der Testphase des Spulensystems. Gemeinsam mit Bo Huang, dem äußerst produktiven und freundlichen neuen PhD-Studenten, kann sich das LevT-Team über einen besonders kollegialen Zusammenhalt erfreuen. Ein ideales Umfeld, um ultracoole Physik zu machen. Es war sehr aufregend ein Teil dieses Teams zu sein.

Es sei der gesamten Gruppe für die schönen Erinnerungen an diese Zeit gedankt. Hervorhebend möchte ich Gerhard Hendl und Florian Schreck danken, die ihr Wissen und ihre Erfahrung stets mit uns geteilt haben und Martin und mir die Erkundung so mancher Sackgasse ersparten. Weiters danke ich Christine Götsch-Obmascher für ihre freundliche Unterstützung bei der Abwicklung von Einkäufen. Helmut Jordan, Anton Schönherr und Matthias Szabados danke ich für ihre Hilfsbereitschaft in der Werkstätte. Besonderer Dank geht an meine Studienkollegen Albert Frisch und David Baier für viele nützliche und absurde Gespräche. Ich danke auch meinen Bürokollegen Christoph Kohstall und Lukas Reichsöllner, den LevTovers Steven Knoop und Michael Mark, dem Gastwissenschaftler Jose D’Incao und ebenso Markus Debatin und Bastian Schuster. Die Forschung in Rudi Grimms Gruppe ist durchwegs kalt, die Atmosphäre dabei überaus angenehm und anregend. Danke für diese schöne Zeit.

Ich danke meinen Eltern, Großeltern und meiner Schwester für ein wunderbares Umfeld, in dem es möglich war mehrere Wege zu gehen, ohne das schöne Studium der Physik aus den Augen zu verlieren. Auch danke ich Alexander Glätzle, der mir als Studienkollege, Freund und Mentor stets zur Seite gestanden ist.

Meiner Freundin Viktoria danke ich für ihre ständige Motivation und Hilfe bei der Entstehung dieser Arbeit. Ich danke meiner Familie, meiner Freundin und meinen treuen Freunden für freudige Jahre in Freundschaft, Bildung und Musik.

Danke für das, was bisher geschah.